
DeMorgan

Autor:

Data de publicació: 12-03-2021

Teorema de DeMorgan

Teorema de DeMorgan

El teorema y las leyes de DeMorgan se pueden utilizar para encontrar la equivalencia de las puertas NAND y NOR

Como hemos visto anteriormente, El Álgebra Booleano utiliza un conjunto de leyes y reglas para definir el funcionamiento de un circuito lógico digital con "0" y "1" que se utilizan para representar una condición de entrada o salida digital. Álgebra booleana utiliza estos ceros y unos para crear tablas de verdad y expresiones matemáticas para definir el funcionamiento digital de una lógica y no (o inversión), así como formas de expresar otras operaciones lógicas como la función XOR (Exclusive-OR).

Si bien el conjunto de leyes y reglas de George Boole nos permite analizar y simplificar un circuito digital, hay dos leyes dentro de su conjunto que se atribuyen a Augustus DeMorgan (un matemático inglés del siglo XIX) que ve las operaciones lógicas de NAND y NOR como funciones separadas DE NOT Y NOT OR respectivamente.

Pero antes de mirar la Teoría de DeMorgan con más detalle, recordemos las operaciones lógicas básicas donde A y B son variables binarias de entrada lógica (o booleana), y cuyos valores sólo pueden ser "0" o "1" produciendo cuatro combinaciones de entrada posibles, 00, 01, 10 y 11.

Tabla de la verdad para cada operación lógica

Variable de entrada
Condiciones de salida

Un
B
Y
Nand
O
Ni

0
0
0
1
0
1

0
1
0
1
1
0

1
0
0
1
1
0

1
1
1
0
1
0

En la tabla siguiente se ofrece una lista de las funciones lógicas comunes y su notación booleana equivalente donde un "." (un punto) significa una operación AND (producto), un "+" (signo más) significa una operación OR (suma), y el complemento o inversa de una variable se indica mediante una barra sobre la variable.

Función lógica
Notación booleana

Y
A.b

O
A+B

No
Un

Nand
Un. B

Ni
 $A+B$

La teoría de DeMorgan

Theorems de DeMorgan son básicamente dos conjuntos de reglas o leyes desarrolladas a partir de las expresiones booleanas para AND, O NO utilizando dos variables de entrada, A y B. Estas dos reglas o teóricos permiten que las variables de entrada se nieguen y se conviertan de una forma de una función booleana en una forma opuesta.

El primer teorema de DeMorgan afirma que dos (o más) variables NOR'ed juntas son las mismas que las dos variables invertidas (Complement) y AND'ed, mientras que el segundo teorema afirma que dos (o más) variables NAND'ed juntas es la misma que los dos términos invertidos (Complement) y OR'ed. Esto es sustituir a todos los operadores OR por operadores AND, o todos los operadores AND por operadores OR.

Primer teorema de DeMorgan

El primer teorema de DeMorgan demuestra que cuando dos (o más) variables de entrada son AND'ed y negadas, son equivalentes al quírofono de los complementos de las variables individuales. Por lo tanto, el equivalente de la función NAND será una función negativo-OR, lo que demuestra que $A.B = A+B$. Podemos mostrar esta operación utilizando la siguiente tabla.

Verifican primer teorema de DeMorgan usando tabla de la verdad

Entradas

Resultados de la tabla de la verdad para cada término

B
Un
A.b
A.b
Un
B
 $A + B$

0
0
0
1
1
1
1

0
1
0
1
0

1
1

1
0
0
1
1
0
1

1
1
1
0
0
0
0

También podemos mostrar que $A.B = A+B$ usando puertas lógicas como se muestra.

La primera implementación de la ley de DeMorgan usando Logic Gates

La disposición de la puerta lógica superior de: $A.B$ se puede implementar utilizando una puerta NAND estándar con entradas A y B. La disposición de compuerta lógica inferior invierte primero las dos entradas que producen A y B. Estos luego se convierten en las entradas a la puerta de quirófano. Por lo tanto, la salida de la puerta OR se convierte en: $A+B$

Entonces podemos ver aquí que una función estándar o puerta de embarque con inversores (PUERTAS NO) en cada una de sus entradas es equivalente a una función de compuerta NAND. Así que una puerta NAND individual se puede representar de esta manera como la equivalencia de una puerta NAND es un negative-OR.

Segundo teorema de DeMorgan

El segundo teorema de DeMorgan demuestra que cuando dos (o más) variables de entrada son OR'ed y negadas, son equivalentes al AND de los complementos de las variables individuales. Por lo tanto, el equivalente de la función NOR es una función negative-AND que demuestra que $A+B = A. B$, y de nuevo podemos mostrar la operación de esto utilizando la siguiente tabla de la verdad.

Verifican segundo teorema de DeMorgan usando tabla de la verdad

Entradas

Resultados de la tabla de la verdad para cada término

B
Un
 $A+B$
 $A+B$
Un
B
 $A . B$

1
1
1
1

0
1
1
0
0
1
0

1
0
1
0
1
0
0

1
1
1
0
0
0
0
0

También podemos mostrar que $A + B = A \cdot B$ con el siguiente ejemplo de puertas lógicas.

La segunda implementación de la ley de DeMorgan usando Logic Gates

La disposición de compuerta lógica superior de: $A+B$ se puede implementar utilizando una función de compuerta NOR estándar utilizando las entradas A y B. La disposición de compuerta lógica inferior invierte primero las dos entradas, produciendo así $\bar{A}$ y $\bar{B}$. Así, entonces conviértase en las entradas a la puerta AND. Por lo tanto, la salida de la puerta AND se convierte en: $\bar{A} \cdot \bar{B}$

Entonces podemos ver que una función estándar y de compuerta con inversores (NO puertas) en cada una de sus entradas produce una condición de salida equivalente a una función estándar nor gate, y una puerta NOR individual se puede representar de esta manera, ya que la equivalencia de una puerta NOR es un NEGATIVO-AND.

Aunque hemos utilizado los teóricos de DeMorgan con solo dos variables de entrada A y B, son igualmente válidos para su uso con tres, cuatro o más expresiones de variable de entrada, por ejemplo:

Para una entrada de 3 variables

$$A \cdot B \cdot C = \overline{A+B+C}$$

y también

$$A+B+C = \overline{A \cdot B \cdot C}$$

Para una entrada de 4 variables

$$A.B.C.D = A+B+C+D$$

y también

$$A+B+C+D = A. B. C. D$$

y así sucesivamente.

Puertas equivalentes de DeMorgan

Hemos visto aquí que mediante el uso de Theorems de DeMorgan podemos reemplazar a todos los operadores AND (.) por un QUIRÓFANO (+) y viceversa, y luego complementa cada uno de los términos o variables de la expresión invirtiendo, es decir, de 0 a 1 y 1 a 0 antes de invertir toda la función.

Por lo tanto, para obtener el equivalente de DeMorgan para una puerta AND, NAND, OR o NOR, simplemente agregamos inversores (PUERTAS NO) a todas las entradas y salidas y cambiamos un símbolo AND a un símbolo OR o cambiamos un símbolo OR a un símbolo AND como se muestra en la tabla siguiente.

Puertas equivalentes de DeMorgan

Puerta lógica estándar

La puerta equivalente de DeMorgan

Luego hemos visto en este tutorial sobre Thereom de DeMorgan que el complemento de dos (o más) variables de entrada AND'ed es equivalente al quirófano de los complementos de estas variables, y que el complemento de dos (o más) variables OR'ed es equivalente al AND de los complementos de las variables definidos por DeMorgan.