
Teoria de jocs

Autor:

Data de publicació: 27-02-2022

La Teoria de jocs és una àrea de la matemàtica aplicada que utilitza models per estudiar interaccions en estructures formalitzades d'incentius (els anomenats «jocs»). La teoria de jocs s'ha convertit en una eina summent important per a la teoria econòmica i ha contribuït a comprendre més adequadament la conducta humana enfront de la presa de decisions. Els seus investigadors estudien les estratègies òptimes, així com el comportament previst i observat d'individus en jocs. Tipus d'interacció aparentment diferents poden presentar en realitat una estructura d'incentiu similar i, per tant, es pot representar mil vegades conjuntament un mateix joc.¹

Desenvolupada en els seus començaments com una eina per entendre el comportament de l'economia, la teoria de jocs s'usa actualment en molts camps, com en la biologia, sociologia, politologia, psicologia, filosofia i ciències de la computació. Va experimentar un creixement substancial i es va formalitzar per primera vegada a partir dels treballs de John von Neumann i Oskar Morgenstern, abans i durant la Guerra Freda, degut sobretot a la seva aplicació a l'estratègia militar, en particular a causa del concepte de destrucció mútua garantida. Des dels setanta, la teoria de jocs s'ha aplicat a la conducta animal, incloent-hi el desenvolupament de les espècies per la selecció natural. Arran de jocs com el dilema del presoner, en els quals l'egoisme generalitzat perjudica els jugadors, la teoria de jocs ha atret també l'atenció dels investigadors en informàtica, usant-se en intel·ligència artificial i cibernètica.

Els conflictes entre éssers racionals que recelen l'un de l'altre, o la pugna entre competidors que interactuen i s'influeixen mútuament, que pensen i que, fins i tot, poden ser capaços de traïr-se l'un a l'altre, constitueixen el camp d'estudi de la teoria de jocs, la qual es basa en una anàlisi matemàtica rigorosa però que, tanmateix, sorgeix de manera natural en observar i analitzar un conflicte des d'un punt de vista racional. Des de l'enfocament d'aquesta teoria, un «joc» és una situació conflictiva en la qual primen interessos contraposats d'individus o institucions, i en aquest context una part, en prendre una decisió, influeix sobre la decisió que prendrà l'altra; així, el resultat del conflicte es determina a partir de totes les decisions preses per tots els actants.

La teoria de jocs planteja que hi ha d'haver una forma racional de jugar a qualsevol «joc» (o de negociar en un conflicte), especialment en el cas d'haver-hi moltes situacions enganyoses i segones intencions; així, per exemple, l'anticipació mútua de les intencions del contrari, que succeeix en jocs com l'escac o el pòquer, dona lloc a cadenes de raonament teòricament infinites, les quals poden també traslladar-se a l'àmbit de resolució de conflictes reals i complexos. En síntesi, i tal com es va comentar, els individus, en interactuar en un conflicte, obtindran resultats que d'alguna manera són totalment dependents de tal interacció.²

Així, des que Von Neumann, Morgenstern i John Nash van delinear els postulats bàsics d'aquesta teoria durant les dècades del 40 i 50, diverses han estat les aplicacions que se li han atorgat a aquesta eina en el camp de les decisions econòmiques, arribant fins i tot a modificar la manera en què els economistes interpretaven la presa de decisions i la consecució del benestar comú.

Índex

Representació de jocs
El dilema del presoner

Un dels problemes que planteja l'equilibri de Nash es troba en què no condueix necessàriament a situacions eficients

en el sentit de Pareto¹. L'anàlisi original d'aquest joc es basa en una situació en la qual s'interroga en habitacions diferents a dues persones que han comès conjuntament un robatori armat a un banc; tot i això, els diners sostrets no es troben a les seves mans i, per això, la policia només pot inculpar-los per tinença il·lícita d'armes, en mancar d'altres proves. Així, en ser interrogats per separat, cadascun d'ells tindria la possibilitat de confessar-se culpable, implicar l'altre presoner o negar haver participat en l'atracament. Tanmateix, la policia els pot proposar un tracte i, a través de l'ús d'un adequat esquema d'incentius, fer que ambdós confiïn la participació en el fet, aconseguir que la veritat surti a la llum i condemnar-los. A continuació es veurà que una adequada proposta efectuada pel cos de policies, pot conduir al fet que la racionalitat i l'egoisme individual amb què solen ser preses les decisions es pot tornar en contra de l'interès conjunt d'aquests subjectes, compatibles amb les idees d'Adam Smith. Per demostrar això, consid&reas per exemple, el joc anomenat El dilema del presoner. Aquest joc permet comprendre que mantenir la cooperació és quelcom summament difícil. Moltes vegades els individus no cooperen (aquest cas és un exemple paradògic, ja que demostra els beneficis que s'obtindrien en mantenir la cooperació entre qualsevol grup d'individus, però alhora demostra que això, sota certs postulats, és impossible d'aconseguir), i les seves decisions individuals no necessàriament condueixen al mutu benestar.

Forma normal d'un joc

Un joc de forma normal

El jugador 2 elegeix esquerraEl jugador 2 elegeix dreta

El jugador 1 elegeix a dalt

4, 3
-1, -1

El jugador 1 elegeix avall

0, 0
3, 4

Article principal: Forma normal d'un joc

La forma normal (o forma estratègica) d'un joc és una matriu de pagaments, que mostra els jugadors, les estratègies i les recompenses (vegeu l'exemple a la dreta). Hi ha dos tipus de jugadors; un elegeix la fila i un altre la columna. Cada jugador té dues estratègies, que estan especificades pel nombre de files i el nombre de columnes. Les recompenses s'especifiquen a l'interior. El primer número és la recompensa rebuda pel jugador de les files (el Jugador 1 en el nostre exemple); el segon és la recompensa del jugador de les columnes (el Jugador 2 en el nostre exemple). Si el jugador 1 elegeix a dalt i el jugador 2 elegeix esquerra llavors les seves recompenses són 4 i 3, respectivament.

Quan un joc es presenta de forma normal, es pressuposa que tots els jugadors actuen simultàniament o, almenys, sense saber l'elecció que pren l'altre. Si els jugadors tenen alguna informació sobre les eleccions d'altres jugadors el joc es presenta habitualment en la forma extensiva.

També existeix una forma normal reduïda. Aquesta combina estratègies associades amb el mateix pagament.

Forma extensiva d'un joc

Article principal: Jocs en forma extensiva

Un joc de forma extensiva.

La representació de jocs en forma extensiva modela jocs amb algun ordre que s'ha de considerar. Els jocs es presenten com a arbres (com es mostra a la dreta). Cada vèrtex o node representa un punt on el jugador pren decisions. El jugador s'especifica per un número situat al costat del vèrtex. Les línies que parteixen del vèrtex representen accions possibles per al jugador. Les recompenses s'especifiquen a les fulles de l'arbre.

En el joc que es mostra en l'exemple hi ha dos jugadors. El jugador 1 mou primer i elegeix F o U. El jugador 2 veu el moviment del jugador 1 i elegeix A o R. Si el jugador 1 elegeix U i llavors el jugador 2 elegeix A, llavors el jugador 1 n'obté 8 i el jugador 2 n'obté 2.

Els jocs en forma extensiva poden modelar també jocs de moviments simultanis. En aquests casos es dibuixa una línia puntejada o un cercle al voltant de dos vèrtexs diferents per representar-los com a part del mateix conjunt d'informació (per exemple, quan els jugadors no saben en quin punt es troben).

La forma normal dona al matemàtic una notació senzilla per a l'estudi dels problemes d'equilibri, perquè desestima la qüestió de com les estratègies són calculades o, en altres paraules, de com el joc és jugat en realitat. La notació convenient per tractar aquestes qüestions, més rellevants per a la teoria combinatòria de jocs, és la forma extensiva del joc.

Tipus de jocs i exemples

La teoria classifica els jocs en moltes categories que determinen quins mètodes particulars es poden aplicar per resoldre'ls (i, de fet, també com es defineix "resolució" en una categoria particular). Les categories comunes inclouen:

Jocs simètrics i asimètrics

Article principal: Joc simètric

Un joc asimètric

EF

E
1, 2
0, 0

F
0, 0
1, 2

Un joc simètric és un joc en el qual les recompenses per jugar una estratègia en particular depenen només de les estratègies que emprin els altres jugadors i no de qui les jugui. Si les identitats dels jugadors es poden canviar sense que canviïn les recompenses de les estratègies, llavors el joc és simètric. Molts dels jocs 2×2 més estudiats són simètrics. Les representacions estàndard del joc del gallina, el dilema del presoner i la caça del cérvol són jocs simètrics.^{3?}

Els jocs asimètrics més estudiats són els jocs on no hi ha conjunts d'estratègies idèntiques per a ambdós jugadors. Per exemple, el joc de l'ultimàtum i el joc del dictador tenen diferents estratègies per a cada jugador; no obstant això, hi pot haver jocs asimètrics amb estratègies idèntiques per a cada jugador. Per exemple, el joc mostrat a la dreta és asimètric malgrat tenir conjunts d'estratègies idèntics per a ambdós jugadors.

Jocs de suma zero i de suma diferent de zero

Article principal: Joc de suma zero

Un joc de suma zero

1

30, -30

-10, 10

20, -20

2

10, -10

20, -20

-30, 30

En els jocs de suma zero el benefici total per a tots els jugadors del joc, en cada combinació d'estratègies, sempre suma zero (en altres paraules, un jugador es beneficia només a expenses d'altres). El go, l'escac, el pòker i el joc de l'ós són exemples de jocs de suma zero, perquè es guanya exactament la quantitat que perd l'oponent. Com a curiositat, el futbol va deixar fa uns anys de ser de suma zero, ja que les victòries reportaven 2 punts i l'empat 1 (considérese que ambdós equips parteixen inicialment amb 1 punt), mentre que en l'actualitat les victòries reporten 3 punts i l'empat 1.

La majoria dels exemples reals en negocis i política, igual que el dilema del presoner, són jocs de summa diferent de zero, perquè alguns desenllaços tenen resultats nets majors o menors que zero. És a dir, el guany d'un jugador no necessàriament es correspon amb la pèrdua d'un altre. Per exemple, un contracte de negocis involucra idealment un desenllaç de suma positiva, on cada oponent acaba en una posició millor que la que tindria si no s'hagués donat la negociació.

Es pot analitzar més fàcilment un joc de suma diferent de zero, i qualsevol joc es pot transformar en un joc de suma zero afegint un jugador "fictici" addicional ("el tauler" o "la banca"), les pèrdues del qual compensin els guanys nets dels jugadors.

La matriu de pagaments d'un joc és una forma convenient de representació. Per exemple, un joc de suma zero de dos jugadors amb la matriu que es mostra a la dreta.

Criteris «maximin» i «minimax»

Els criteris «maximin» i «minimax» estableixen que cada jugador ha de minimitzar la seva pèrdua màxima:

Criteri «maximin»: el jugador A, elegeix que el seu cobrament mínim possible sigui el més gran.

Criteri «minimax»: el jugador B elegeix que el pagament màxim a A sigui el menor possible.

Equilibri de Nash

Els equilibris de les estratègies dominants estan molt bé quan apareixen en els jocs, però desafortunadament, això no ocorre amb freqüència.

Un parell d'estratègies és un equilibri de Nash si l'elecció del jugador A és òptima, donada elecció de B, i la de B és òptima, atesa la d'A.

L'equilibri de Nash pot interpretar-se com un parell d'expectatives sobre l'elecció de cada persona tal que, quan l'altra revela la seva elecció, cap de les dues vol canviar de conducta.

Cada jugador coneix i ha adoptat la seva millor estratègia, i tots coneixen les estratègies dels altres. Conseqüentment, cada jugador individual no guanya res modificant la seva estratègia mentre els altres mantinguin les seves. Així, cada jugador està executant el millor "moviment" que pot donats els moviments dels altres jugadors.

Jocs cooperatius

Article principal: Joc cooperatiu

Un joc cooperatiu es caracteritza per un contracte que es pot fer complir. La teoria dels jocs cooperatius dona justificacions de contractes plausibles. La plausibilitat d'un contracte està molt relacionada amb l'estabilitat.

Dos jugadors negocien tant volen invertir en un contracte. La teoria de la negociació axiomàtica ens mostra quanta inversió és convenient per a nosaltres. Per exemple, la solució de Nash per a la negociació demanda que la inversió sigui justa i eficient.

De qualsevol manera, podríem no estar interessats en la justícia i exigir més. De fet, hi ha un joc no cooperatiu creat per Ariel Rubinstein consistent a alternar ofertes, que recolza la solució de Nash considerant-la la millor, mitjançant l'anomenat equilibri de Nash. El joc cooperatiu a l'hora de Matemàtica

En aquest sentit, proposem analitzar seqüències didàctiques perquè els nostres alumnes "facin matemàtica", és a dir, exploren, estableixin relacions, confrontin les seves produccions amb les d'altres, discuteixin amb els seus parells, prenguin decisions, argumentin, validen proposicions, en produeixin coneixement. Perquè aquesta feina sigui possible, cal plantejar problemes que impliquin un cert nivell de desafiament; un context fèrtil per al planter d'aquests desafiaments és el dels jocs.

Simultanis i seqüencials

Els jocs simultanis són jocs en els quals els jugadors mouen simultàniament o en els quals aquests desconeixen els moviments anteriors d'altres jugadors. Els jocs seqüencials (o dinàmics) són jocs en els quals els jugadors posteriors tenen algun coneixement de les accions prèvies. Aquest coneixement no necessàriament ha de ser perfecte; només ha de consistir en quelcom d'informació. Per exemple, un jugador pot conèixer que un jugador no va realitzar una acció determinada, però no saber quina de les altres accions disponibles va triar.

La diferència entre jocs simultanis i seqüencials es recull en les representacions discutides prèviament. La forma normal s'usa per representar jocs simultanis, i l'extensiva per representar jocs seqüencials.

Jocs d'informació perfecta

Un joc d'informació imperfecta (les línies puntejades representen la ignorància de la part del jugador 2).

Un subconjunt important dels jocs seqüencials és el conjunt dels jocs d'informació perfecta. Un joc és d'informació perfecta si tots els jugadors coneixen els moviments que han efectuat prèviament tots els altres jugadors; així que només els jocs seqüencials poden ser jocs d'informació perfecta, ja que en els jocs simultanis no tots els jugadors (sovint cap) coneixen les accions de la resta. La majoria dels jocs estudiats en la teoria de jocs són jocs d'informació imperfecta, tot i que alguns jocs interessants són d'informació perfecta, incloent-hi el joc de l'ultimàtum i el joc del cigne. També molts jocs populars són d'informació perfecta, incloent-hi l'escac i el go.

La informació perfecta es confon sovint amb la informació completa, que és un concepte similar. La informació completa requereix que cada jugador conegui les estratègies i recompenses de la resta però no necessàriament les accions.

En els jocs d'informació completa cada jugador té la mateixa "informació rellevant al joc" que els altres jugadors. L'escac i el dilema del presoner exemplifiquen jocs d'informació completa. Els jocs d'informació completa ocorren rarament en el món real, i els teòrics dels jocs, usualment els veuen només com aproximacions al joc realment jugat.

El matemàtic anglès, i catedràtic emèrit de la Universitat de Princeton, John Conway, va desenvolupar una notació per a alguns jocs d'informació completa i va definir diverses operacions en aquests jocs, originalment per estudiar els finals de go, tot i que bona part d'aquesta anàlisi es va enfocar en nim. Això va devèr en la teoria de jocs combinatòria.

Conway va descobrir que existeix una subclasi d'aquells jocs que poden ser usats com a números, com va descriure en el seu llibre *On Numbers and Games* (1976), arribant a la classe molt general dels números surreals.

Jocs de longitud infinita

Per raons òbvies, els jocs estudiats pels economistes i els jocs del món real finalitzen generalment després d'un nombre finit de moviments. Els jocs matemàtics purs no tenen aquestes restriccions i la teoria de conjunts estudia jocs d'infinits moviments, on el guanyador no es coneix fins que tots els moviments es coneguin.

L'interès en aquesta situació no sol ser decidir quina és la millor manera de jugar a un joc, sinó simplement quin jugador té una estratègia guanyadora (Es pot provar, usant l'axioma d'elecció, que hi ha jocs —fins i tot d'informació perfecta, i on les úniques recompenses són "perdre" i "guanyar"— per als quals cap jugador té una estratègia guanyadora.) L'existència d'aquestes estratègies té conseqüències importants en la teoria descriptiva de conjunts.

Jocs combinatoris

Article principal: Teoria de jocs combinatoris

Els jocs en què la dificultat de trobar una estratègia òptima prové de la multiplicitat de moviments possibles s'anomenen jocs combinatoris. Alguns exemples d'aquests jocs poden ser escacs i go. Els jocs que impliquen informació imperfecta o incompleta també poden tenir un fort caràcter combinatori, per exemple el backgammon. No hi ha una teoria unificada que s'ocupa dels elements combinatoris en els jocs. Hi ha, però, eines matemàtiques que poden resoldre problemes particulars i respondre a preguntes generals.

S'han estudiat jocs d'informació perfecta en la teoria combinatòria de jocs, que ha desenvolupat noves representacions, com per exemple els números surreals, així com mètodes de prova combinatoris i algebraics (i de vegades no constructius) per resoldre jocs de certs tipus, incloent jocs "loopy" que poden donar lloc a seqüències de moviments infinitament llargues. Aquests mètodes es dirigeixen a jocs amb major complexitat combinatòria que els normalment considerats en la teoria de jocs tradicional (o "econòmica"). Un joc típic que s'ha resolt d'aquesta manera és hexadecimal. Un camp relacionat d'estudi, basat en la teoria de la complexitat computacional, és la complexitat del joc, que s'ocupa d'estimar la dificultat computacional de trobar estratègies òptimes.

La investigació en intel·ligència artificial ha abordat jocs d'informació perfectes i imperfectes (o incomplets) que tenen estructures combinatòries molt complexes (com escacs, go o backgammon) per als quals no s'han trobat estratègies òptimes comprovables. Les solucions pràctiques impliquen l'heurística computacional, com la poda alfa-beta o l'ús de xarxes neuronals artificials entrenades per l'aprenentatge de reforç, que fan que els jocs siguin més manejables en la pràctica de la computació.

Jocs discrets i continus

Gran part de la teoria de jocs es refereix a jocs finits i discrets, que tenen un nombre finit de jugadors, moviments, esdeveniments, resultats, etc. Tanmateix, molts conceptes es poden estendre. Els jocs continus permeten als jugadors elegir una estratègia a partir d'un conjunt d'estratègies contínues. Per exemple, la competició de Cournot es modela típicament amb les estratègies dels jugadors qualssevol quantitats no negatives, incloent quantitats fraccionàries.

Jocs diferencials

Els jocs diferencials com el joc de recerca contínua i evasió són jocs continus on l'evolució de les variables d'estat dels jugadors es regeix per equacions diferencials. El problema de trobar una estratègia òptima en un joc diferencial està estretament relacionat amb la teoria del control òptim. En particular, existeixen dos tipus d'estratègies: les estratègies de bucle obert utilitzen el principi de Pontryagin màxim, mentre que les estratègies de bucle tancat utilitzen el mètode de programació dinàmica de Bellman.

Un cas particular de jocs diferencials són els jocs amb un horitzó temporal aleatori. En aquests jocs, el temps terminal és una variable aleatòria amb una funció de distribució de probabilitat donada. Per tant, els jugadors maximitzar l'expectativa matemàtica de la funció de cost. Es va demostrar que el problema d'optimització modificat es pot reformular com un joc diferencial amb descompte en un interval de temps infinit.

Jocs de molts jugadors i poblacions

Els jocs amb un número arbitrari, però finit, de jugadors sovint s'anomenen jocs de la n-persona. La teoria evolutiva dels jocs considera els jocs que involucren una població de prenedors de decisions, on la freqüència amb la qual es pren una decisió particular pot canviar amb el temps en resposta a les decisions preses per tots els individus de la població. En biologia, això s'utilitza per modelar l'evolució (biològica), on els organismes programats genèticament passen al llarg quelcom de la seva programació de l'estratègia a la seva descendència. En economia, la mateixa teoria està destinada a captar els canvis de població perquè les persones juguen el joc moltes vegades dins de la seva vida, i conscientment (i potser racionalment) canviar les estratègies.

Resultats estocàstics (i relació amb altres camps)

Els problemes individuals de decisió amb resultats estocàstics de vegades es consideren "jocs d'un sol jugador". Aquestes situacions no es consideren teòriques de joc per part d'alguns autors. Poden ser modelades utilitzant eines similars dins de les disciplines relacionades de la teoria de la decisió, la investigació d'operacions i àrees d'intel·ligència artificial, particularment, la planificació d'IA (amb incertesa) i sistemes multi-agents. Tot i que aquests camps poden tenir motivadors diferents, les matemàtiques implicades són substancialment les mateixes, per exemple, usant processos de decisió de Markov (MDP). Els resultats estocàstics també poden ser modelats en termes de la teoria de jocs agregant un jugador d'acció aleatòria que fa "moviments de la casualitat" ("moviments per naturalesa"). Aquest jugador no sol ser considerat un tercer jugador en el que altrament és un joc de dos jugadors, sinó que simplement serveix per proporcionar un rol de donat quan sigui requerit pel joc.

Per a alguns problemes, els diferents enfocaments per modelar resultats estocàstics poden conduir a solucions diferents. Per exemple, la diferència en l'enfocament entre MDPs i la solució minimax és que aquest últim considera el pitjor cas sobre un conjunt de moviments adversaris, en lloc de raonar en l'expectativa sobre aquests moviments donats una distribució de probabilitat fixa. L'enfocament minimax pot ser avantatjós quan no es disposa de models estocàstics d'incertesa, però també pot estar sobreestimant esdeveniments extremadament improbables (però costosos), canviant dramàticament l'estratègia en aquests escenaris si se suposa que un adversari pot forçar que succeeixi tal esdeveniment. També s'han estudiat models generals que inclouen tots els elements de resultats estocàstics, adversaris i observabilitat parcial o sorollosa (de moviments d'altres jugadors). Es considera que el "patró or" és un joc estocàstic parcialment observable (POSG), però pocs problemes realistes són computacionalment factibles en la representació POSG.

Metagames

Aquests són jocs en els quals es tracta de desenvolupar les regles per a un altre joc, l'objectiu o el jugador. Els metagames busquen maximitzar el valor d'utilitat del conjunt de regles desenvolupat. La teoria dels metagames està relacionada amb la teoria del disseny de mecanismes.

El terme anàlisi metagame també s'utilitza per referir-se a un enfocament pràctic desenvolupat per Nigel Howard. Per la qual cosa una situació s'emmarca com un joc estratègic en el qual les parts interessades tracten de realitzar els seus objectius per mitjà de les opcions disponibles. Els esdeveniments posteriors han portat a la formulació de l'anàlisi de la confrontació.

Aplicacions

La teoria de jocs té la característica de ser una àrea en què la substància subjacent és principalment una categoria de matemàtiques aplicades, però la majoria de la recerca fonamental és exercida per especialistes en altres àrees. En algunes universitats s'ensenya i s'investiga gairebé exclusivament fora del departament de matemàtica.

Aquesta teoria té aplicacions en nombroses àrees, entre les quals cal destacar les ciències econòmiques, la biologia evolutiva, la psicologia, les ciències polítiques, el disseny industrial, la investigació operativa, la informàtica i l'estratègia militar.

Economia i negocis

Els economistes han usat la teoria de jocs per analitzar un ampli ventall de problemes econòmics, incloent subhastes, duopolis, oligopolis, la formació de xarxes socials, i sistemes de votacions. Aquestes investigacions normalment estan enfocades a conjunts particulars d'estratègies coneguts com a conceptes de solució. Aquests conceptes de solució estan basats normalment en el requerit per les normes de racionalitat perfecta. El més famós és l'equilibri de Nash. Un conjunt d'estratègies és un equilibri de Nash si cadascuna representa la millor resposta a altres estratègies. D'aquesta forma, si tots els jugadors estan aplicant les estratègies en un equilibri de Nash, no tenen cap incentiu per canviar de conducta, ja que la seva estratègia és la millor que poden aplicar donades les estratègies dels altres.

Les recompenses dels jocs normalment representen la utilitat dels jugadors individuals. Sovint les recompenses representen diners, que es presumeix corresponen a la utilitat d'un individu. Aquesta presumpció, però, pot no ser correcta.

Un document de teoria de jocs en economia comença presentant un joc que és una abstracció d'una situació econòmica particular. S'elegeixen una o més solucions, i l'autor demostra quin conjunt d'estratègies corresponen a l'equilibri en el joc presentat. Els economistes i professors d'escoles de negocis suggereixen dos usos principals.

Descriptiva

L'ús principal és informar sobre el comportament de les poblacions humanes actuals. Alguns investigadors creuen que trobar l'equilibri dels jocs pot predir com es comportarien les poblacions humanes si s'enfrontessin a situacions anàlogues al joc estudiat. Aquesta visió particular de la teoria de jocs s'ha criticat en l'actualitat. En primer lloc, se la critica perquè els supòsits dels teòrics es violen freqüentment. Els teòrics de jocs poden suposar jugadors que es comporten sempre racionalment i actuen per maximitzar els seus beneficis (el model Homo oeconomicus), però els humans reals sovint actuen irracionalment o racionalment però buscant el benefici d'un grup més gran (altruisme).

Els teòrics de jocs responen comparant els seus supòsits amb els quals s'empren en física. Així, tot i que els seus supòsits no es mantenen sempre, poden tractar la teoria de jocs com una idealització raonable, de la mateixa manera que els models usats pels físics. Tanmateix, aquest ús de la teoria de jocs s'ha seguit criticant perquè alguns experiments han demostrat que els individus no es comporten segons estratègies d'equilibri. Per exemple, en el joc del cigne, el joc d'endivinar $2/3$ de la mitjana i el joc del dictador, les persones sovint no es comporten segons l'equilibri de Nash. Aquesta controvèrsia s'està resolent actualment.⁴

D'altra banda, alguns autors addueixen que els equilibris de Nash no proporcionen prediccions per a les poblacions humanes, sinó que proporcionen una explicació de per què les poblacions que es comporten segons l'equilibri de Nash romanen en aquesta conducta. Tanmateix, la qüestió sobre quanta gent es comporta així roman oberta.

Alguns teòrics de jocs han posat esperances en la teoria evolutiva de jocs per resoldre aquestes preocupacions. Aquests models pressuposen o no racionalitat o una racionalitat acotada en els jugadors. Malgrat el nom, la teoria evolutiva de jocs no pressuposa necessàriament en sentit biològic. La teoria evolutiva de jocs inclou les evolucions biològica i cultural i també modela l'aprenentatge individual.

Normativa

El dilema del presoner

CooperarTraicionar

Cooperar
article 22

03

Traicionar
article 3

article 1

D'altra banda, alguns matemàtics no veuen la teoria de jocs com una eina que prediu la conducta dels éssers humans, sinó com un suggeriment sobre com s'haurien de comportar. Atès que l'equilibri de Nash constitueix la millor resposta a les accions d'altres jugadors, seguir una estratègia que és part de l'equilibri de Nash sembla el més apropiat. Tanmateix, aquest ús de la teoria de jocs també ha rebut crítiques. En primer lloc, en alguns casos és apropiat jugar segons una estratègia aliena a l'equilibri si un espera que els altres també jugaran d'acord a l'equilibri. Per exemple, en el joc adivina $2/3$ de la mitjana.

El dilema del presoner presenta un altre contraexemple potencial. En aquest joc, si cada jugador persegueix el seu propi benefici ambdós jugadors obtenen un resultat pitjor que de no haver-ho fet. Alguns matemàtics creuen que això demostra la fallida de la teoria de jocs com una recomanació de la conducta a seguir.

Psicologia i Psiquiatria

Els dissenys experimentals amb base en jocs d'intercanvi econòmic han començat a utilitzar-se per a l'estudi de persones amb trastorns psiquiàtrics i la comprensió del funcionament neural que subjau als processos cognitius i de processament afectiu; fent èmfasi en la presa de decisions, entre dues o més persones davant la possibilitat de distribuir béns econòmics⁵ En aquest sentit, se sap que les persones prenen decisions en els jocs econòmics d'acord a la seva capacitat per experimentar confiança,^{6,7,8} així com el seu processament implícit⁹ i explícit de la confiabilitat dels seus companys.

Biologia

Falcó-Paloma

Falcó-Colom

Falcó
(V-C)/2
(V-C)/2
V0

Colom
0V

V/2V
/2

A diferència de l'ús de la teoria de jocs en l'economia, les recompenses dels jocs en biologia s'interpreten freqüentment com a adaptació. A més, el seu estudi s'ha enfocat menys en l'equilibri que correspon a la noció de racionalitat, centrant-se en l'equilibri mantingut per les forces evolutives. L'equilibri més ben conegut en biologia es coneix com a estratègia evolutivament estable, i va ser introduït per primera vegada per John Maynard Smith. Tot i que la seva motivació inicial no comportava els requisits mentals de l'equilibri de Nash, tota estratègia evolutivament estable és un equilibri de Nash.

En biologia, la teoria de jocs s'empra per entendre molts problemes diferents. Es va utilitzar per primera vegada per explicar l'evolució (i estabilitat) de les proporcions de sexes 1:1 (mateix nombre de mascles que de femelles). Ronald Fisher va suggerir el 1930 que la proporció 1:1 és el resultat de l'acció dels individus tractant de maximitzar el nombre dels seus néts subjectes a la restricció de les forces evolutives.

Cal recalcar que, els biòlegs han usat la teoria de jocs evolutiva i el concepte d'estratègia evolutivament estable per explicar el sorgiment de la comunicació animal (John Maynard Smith i Harper l'any 2003). L'anàlisi de jocs amb senyals i altres jocs de comunicació ha proporcionat noves interpretacions sobre l'evolució de la comunicació en els animals.

Finalment, els biòlegs han usat el problema falcó-colom (també conegut com a problema de la gallina) per analitzar la conducta combativa i la territorialitat.

Informàtica i lògica

La teoria de jocs ha començat a desenvolupar un paper important en la lògica i la informàtica. Moltes teories lògiques s'assenten en la semàntica de jocs. A més, els investigadors d'informàtica han usat jocs per modelar programes que

interactuen entre si.

Ciència política

La investigació en ciència política també ha usat resultats de la teoria de jocs. Una explicació de la teoria de la pau democràtica és que el debat públic i obert a la democràcia envia informació clara i fiable sobre les intencions dels governs cap a altres estats. D'altra banda, és difícil conèixer els interessos dels líders no democràtics, quins privilegis atorgaran i quines promeses mantindran. Segons aquest raonament, hi haurà desconfiança i poca cooperació si almenys un dels participants d'una disputa no és una democràcia.¹⁰

L'aplicació de teoria de jocs, en ciència política s'estén en altres àrees com la divisió equitativa, la política econòmica, decisions públiques, negociacions de guerra, teoria política positives i la teoria de l'elecció social. En cadascuna d'aquestes àrees, els investigadors han desenvolupat models de teoria de jocs on els jugadors són votants, estats, grups d'interès o burocràtics i polítics.

Alguns d'aquests exemples de teoria de jocs van ser explicats per Anthony Downs. Al seu llibre *An Economic Theory of Democracy*,¹¹ en el qual va aplicar la Llei d'Hotelling al procés polític. En el model de Downsian, els candidats polítics perpetuen en ideologies en un espai de dimensió política. Downs primer mostra com els candidats polítics van a convergir a la ideologia preferida del votant mitjà si els votants estan completament informats. Però llavors, argumenta que els votants trien romandre racionals ignorant el que permet que es doni la divergència dels candidats. També, va ser aplicada el 1962 en la crisi de missils de Cuba durant la presidència de John F. Kennedy.¹²

Dret Penal i Criminologia

Recentment, s'està abordant la utilitat de la teoria de jocs i les seves metodologies d'anàlisi per fonamentar la responsabilitat penal de les persones jurídiques (empreses, associacions, fundacions, etc.) i per a l'elaboració de models de predicció, detecció i reacció enfront de delictes comesos per directius i empleats en aquest tipus d'organitzacions. El jurista espanyol Rafael Aguilera ha estat pioner en aquesta línia d'investigació¹³ en proposar en els seus estudis la utilització de la teoria de jocs i teories socioeconòmiques en el Dret Penal corporatiu i la Criminologia, en concret per a:

a) Erigir un model antròpic de responsabilitat penal de la persona jurídica.¹⁴

En aquesta representació l'ens corporatiu no és una veritable entitat, independent i amb capacitat per autodirigir-se, sinó que es configura pels punts (que són els individus de l'organització) i les constriccions, limitacions i procediments (representades per línies) que, en puritat, són decidides i configurades pels propis individus. La persona jurídica no té capacitat de cometre un injust o de culpabilitat, sinó que se li transfereix la responsabilitat, amb l'anàlisi prèvia de les constriccions. Es concep l'ens com a possible destinatari de la responsabilitat penal per la «visibilitat» que deté en virtut de les constriccions i els propis individus que les originen i implementen. Si, arran d'una conducta delictiva d'un individu, s'aprecia la inexistència d'unes constriccions i procediments tendents a impedir delictes o s'observen que són defectuoses o afavoridores de la comissió d'il·lícits (representat per línies vermelles), s'està observant un dèficit organitzatiu, aspecte implícit en el «fet de connexió» i això deriva en la transmissió de responsabilitat penal a la persona jurídica.

Model antròpic de responsabilitat penal corporativa d' Aguilera.

b) L'elaboració de programes de prevenció de delictes o corporate compliance programs que possibilitin una resposta més eficaç enfront del delictes a l'empresa.

Aguilera aborda l'extraordinària utilitat de la teoria de jocs per a l'àmbit juridicopenal i criminològic empresarial, doncs permet un estudi rigorós de les dinàmiques d'actuació i la interacció de caràcter estratègic entre participants que actuen dirigits pels seus propis interessos.¹⁵ La teoria de jocs permet explicar com els individus, a través del seu comportament racional i amb sustent en les interaccions amb d'altres, es doten de regulació o adopten determinades decisions. A més, la teoria de jocs ve acompanyada d'un valuós desenvolupament metodològic que possibilita l'anàlisi dels processos decisoris tenint en consideració elements tan importants per analitzar i dilucidar responsabilitats penals com les asimetries informatives i el compliment o incompliment de les normes per raons estratègiques (com ocorre, per exemple, en el famós Dilema del Presoner).

Igualment, Aguilera argumenta per què els Estats estan promovent, a través de la possibilitat d'exoneració de responsabilitat penal corporativa, la incorporació de la figura del compliance officer o oficial de compliment i és que

aquesta teoria demostra matemàticament que el compliance officer minorarà la tendència a l'incompliment de les empreses o resta d'organitzacions (el que es coneix en teoria de jocs com a solució externa al dilema).

"En el dilema del presoner la desconfiança és l'estratègia dominant, la qual cosa condueix a un resultat negatiu per ambdues parts. En aquest cas, l'òrgan amb la funció de compliance o compliance officer permet adoptar el que s'anomena en la literatura una solució externa al dilema. Externa, no perquè aquest subjecte o departament especialitzat en compliment normatiu no pertanyi a l'ens, sinó perquè el dilema només es resol amb la presència d'aquest tercer element, ja que els jugadors per si sols –Estat i Empreses– no són capaços de sortir del dilema, ja sigui perquè les persones jurídiques no compleixen, ja perquè l'Estat es veu obligat (amb els costos i recursos afegits que tot això implica) a promulgar una legislació dura. En altres paraules, l'òrgan amb la funció de compliance o compliance officer vigila i controla perquè en les persones jurídiques es compleixi i no es produeixi el dilema del presoner". Aguilera Gordillo, R.; Compliance Penal a Espanya, Ed. Thomson Reuters Aranzadi, 2018, pp. 238-239.

Aquest autor defensa que la teoria de jocs és totalment assumible i extraordinàriament útil per elaborar programes de prevenció de delictes o corporat compliance programes més eficaços, ja que possibiliten la predicció de conductes il·lícites en tenir en compte aspectes com els fluxos d'informació, les relacions interpersonals, els aspectes tàctics respecte a altres individus o grups d'individus, així com la pròpia influència que exerceixen les organitzacions; s'analitzen els riscos des d'una òptica dinàmica i viva, com és la pròpia realitat empresarial i no des de l'habitual perspectiva estàtica (que és com tradicionalment s'ha vingut fent a través de l'ús de les clàssiques matrius de risc).

El resultat d'utilitzar la teoria de jocs en el context empresarial és l'obtenció d'una major clarificació de l'ampli elenc de conductes que pot realitzar cada treballador segons el lloc que ocupa, no de manera aïllada i estàtica, sinó tenint en consideració que la decisió de cada empleat penja, al seu torn de decisions d'altres empleats -decisiones estratègiques en entorns dinàmics-. D'aquesta manera, es pot resoldre, per exemple, com actuaria un empleat que s'ocupa de la comptabilitat d'una empresa o un altre la funció de la qual és subscriure els contractes de compra amb tercers; amb fonament en aquesta informació global que té en compte tots els factors estratègics (d'acord amb una metodologia científicament contrastada) es poden establir uns procediments singulars que «obliguin» cada membre de l'empresa a actuar d'una manera o altra segons els subjectes que van intervenir, circumstàncies concretes i context per respectar el marc legal. L'aplicació de la teoria de jocs en l'elaboració de programes de prevenció de delictes juntament amb la jurimetria permet obtenir el que Aguilera anomena un model d'organització i gestió o compliance jurimètric. És a dir, l'autor defensa que l'ús de la modelització per elaborar compliance més efectius per combatre els delictes a les empreses.

A més, la utilització d'aquesta metodologia per elaborar un corporat compliance program o programa de prevenció de delictes evidencia que, en l'organització, es té un ferm compromís amb la prevenció del delicte i el compliment normatiu, la qual cosa multiplica les opcions d'exclusió o lliurada de responsabilitat penal a la pròpia persona jurídica quan algun dels seus membres va aconseguir cometre un delicte.

D'altra banda, l'autor relaciona la utilitat de la teoria de jocs amb l'actual auge de programes i eines informàtiques d'anàlisi de riscos, costos i beneficis en els processos de presa de decisions empresarials. Aquests programes fan ús d'una ingent quantitat de dades i realitzen milions d'operacions matemàtiques tenint en consideració el conjunt de decisions possibles, totes les seves conseqüències i l'elenc d'estratègies a adoptar; els seus resultats auguren informació molt preciosa, per exemple, quina és la decisió que comporta més perill, quina és la més conservadora, la més costosa, etc. Al cap i a la fi, es tracta de la translació al llenguatge informàtic de models matemàtics i metodologia que porten les pròpies teories economicistes, la teoria de jocs o el nou institucionalisme de l'elecció racional. És a dir, des de la informàtica també ve assumint la validesa i utilitat de les referides teories a l'hora d'analitzar i predir conductes dels individus en organitzacions. Tanmateix, aquesta vinculació entre ambdós àmbits no es contempla des del pla juridicopenal. Referent a això, proposa una decidida assimilació pel Dret Penal de les propostes desenvolupades en la investigació perimetria l'establiment del que l'Aguilera ve a denominar nexa lògica d'arrel socio-jurídica, la qual cosa permetria abordar amb major solvència les dificultats, reptes legals i dilemes ètics que plantegen i plantejaran l'ús d'aquestes noves eines informàtiques per les empreses.

Filosofia

La teoria de jocs ha demostrat tenir molts usos en filosofia. A partir de dos treballs de W. V. O. Quine publicats el 1960 i 1967, David Lewis (1969) va utilitzar la teoria de jocs per desenvolupar el concepte filosòfic de convenció. D'aquesta manera, va proporcionar la primera anàlisi del coneixement comú i el va empènyer a analitzar jocs de coordinació. A més, va ser el primer en suggerir que es podia entendre el significat en termes de jocs de senyals. Aquest suggeriment s'ha seguit per molts filòsofs des de la feina de Lewis.¹⁶

Leon Henkin, Paul Lorenzen i Jaakko Hintikka van iniciar una aproximació a la semàntica dels llenguatges formals que explica amb conceptes de teoria de jocs els conceptes de veritat lògica, validesa i similars. En aquesta aproximació els "jugadors" competeixen proposant quantificacions i instàncies d'oracions obertes; les regles del joc són les regles d'interpretació de les sentències en un model, i les estratègies de cada jugador tenen propietats de les quals tracta la teoria semàntica (ser dominant si i només si les oracions amb què es juga compleixen determinades condicions, etc.).

La caça del cérvol

CérvolLlebre

Cérvol

3, 3

0, 2

Llebre

2, 0

2, 2

En ètica, alguns autors han intentat continuar la idea de Thomas Hobbes de derivar la moral de l'interès personal. Atès que jocs com el dilema del presoner presenten un conflicte aparent entre la moralitat i l'interès personal, explicar per què la cooperació és necessària per a l'interès personal és una component important d'aquest projecte. Aquesta estratègia general és un component de la idea de contracte social en filosofia política (exemples a Gauthier 1987 i Kavka 1986).¹⁷

Finalment, altres autors han intentat usar la teoria evolutiva de jocs per explicar el naixement de les actituds humanes davant la moralitat i les conductes animals corresponents. Aquests autors han buscat exemples en molts jocs, incloent-hi el dilema del presoner, la caça del cérvol, i el joc del tracte de Nash per explicar la raó del sorgiment de les actituds sobre la moral (vegeu Skyrms 1996, 2004; Sobirà i Wilson 1999).

Música

Un compositor que usa la teoria de jocs en les seves composicions és Iannis Xenakis, en les seves obres *Duel* o *Stratégie*.

Optimització de disseny

La teoria d'optimització de disseny dicta cinc principis característics d'un joc, sense els quals, aquest deixaria de poder ser cridat de tal forma:

Regles: Han de ser fàcils d'entendre, però només a través de l'experiència ser completament dominades.

Interacció (Participació): Els jugadors, per mitjà de la intervenció del món creat, s'han d'oblidar del món real.

Oposició: El joc ha de ser balancejat. Es requereix habilitat per guanyar, no sort.

Presa de Decisions: Totes les preses de decisions han de tenir un incitador d'interès i un mèrit per més petites que siguin.

Meta: Un punt final al qual arribar. Ha d'anar acompanyat d'un increment d'emocions i tensió mentre el joc s'acosta a la seva conclusió.

Cronologia18?

AnyEsdeveniment

1713

James Waldegrave dona la primera demostració matemàtica per a un cas de dos jugadors.

1838

Antoine Augustin Cournot publica una solució teòrica al cas de dos jugadors.

1928

John von Neumann presenta una sèrie d'articles sobre el tema.

1944

John von Neumann juntament amb Oskar Morgenstern, Theory of Games and Economic Behavior.

1950

Albert W. Tucker va plantejar formalment "dilema del presoner", fonamental en la teoria de jocs.

John Forbes Nash, sota la direcció d'Albert W. Tucker, es doctora amb una tesi sobre jocs no cooperatius, que inclou el que més tard es va anomenar com l'equilibri de Nash.

1965

Reinhard Selten va introduir el seu concepte de solució dels equilibris perfectes del subjug, que més endavant va reflectir l'equilibri de Nash.

1967

John Harsanyi va desenvolupar els conceptes de la informació i dels jocs bayesians.

1982

En biologia John Maynard Smith introdueix el concepte de estratègia evolutivament estable.

1994

John Harsanyi, John Forbes Nash i Reinhard Selten ganen el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel.

2012

Lloyd Stowell Shapley i Alvin E. Roth ganen el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel.

La primera discussió coneguda de la teoria de jocs apareix en una carta escrita per James Waldegrave el 1713. En aquesta carta, Waldegrave proporciona una solució mínima d'estratègia mixta a una versió per a dues persones del joc de cartes le Her. Tanmateix no es va publicar una anàlisi teòrica de teoria de jocs en general fins a la publicació de Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, d' Antoine Augustin Cournot el 1838. En aquest treball, Cournot considera un duopoli i presenta una solució que és una versió restringida de l'equilibri de Nash.

Tot i que l'anàlisi de Cournot és més general que el de Waldegrave, la teoria de jocs realment no va existir com a camp d'estudi a part fins que John von Neumann va publicar una sèrie d'articles el 1928. Aquests resultats van ser ampliat més tard en el seu llibre de 1944, Theory of Games and Economic Behavior¹⁹, escrit juntament amb Oskar Morgenstern. Aquest treball conté un mètode per trobar solucions òptimes per a jocs de suma zero de dues persones. Durant aquest període, el treball sobre teoria de jocs es va centrar, sobretot, en teoria de jocs cooperatius. Aquest tipus de teoria de jocs analitza les estratègies òptimes per a grups d' individus, assumint que poden establir acords entre si sobre les estratègies més apropiades.

El 1950 Albert W. Tucker va plantejar formalment les primeres discussions del dilema del presoner, i es va emprendre un experiment sobre aquest joc a la corporació RAND. Aquell any John Nash va desenvolupar una definició d'una estratègia òptima per a jocs de múltiples jugadors on l'òptim no s'havia definit prèviament, conegut com a equilibri de Nash, sota la supervisió de l'esmentat Tucker. Aquest equilibri és prou general, permetent l' anàlisi de jocs no cooperatius a més dels jocs cooperatius.

La teoria de jocs va experimentar una notable activitat en la dècada de 1950, moment en el qual els conceptes base, el joc de forma extensiva, el joc fictici, els jocs repetitius, i el valor de Shapley van ser desenvolupats. A més, en aquell temps, van aparèixer les primeres aplicacions de la teoria de jocs en la filosofia i les ciències polítiques.

El 1965, Reinhard Selten va introduir el seu concepte de solució dels equilibris perfectes del subjog i el concepte d'equilibri perfecte de mà tremolosa, que més endavant van refinar el concepte d'equilibri de Nash. El 1967 John Harsanyi va desenvolupar els conceptes de la informació completa i dels jocs bayesians. Ell, juntament amb John Forbes Nash i Reinhard Selten, van guanyar el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel el 1994.

En la dècada de 1970 la teoria de jocs es va aplicar extensament a la biologia, en gran part com a resultat del treball de John Maynard Smith i el seu concepte estratègia estable evolutiva. A més, els conceptes de l' equilibri correlacionat, equilibri perfecte de mà temblorosa, i del coneixement comú van ser introduïts i analitzats.²⁰

El 2005, els teòrics de jocs Thomas Schelling i Robert Aumann van guanyar el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel. Schelling va treballar en models dinàmics, els primers exemples de la teoria de jocs evolutiva. Per la seva banda, Aumann va contribuir més a l'escola de l'equilibri.

El 2007, Roger Myerson, juntament amb Leonid Hurwicz i Eric Maskin, van rebre el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel per "seure les bases de la teoria de disseny de mecanismes."

El 2012, Lloyd Stowell Shapley i Alvin E. Roth guanyen el Premi en Ciències Econòmiques en memòria d'Alfred Nobel per donar nom dins d'aquest camp a mitja dotzena de teoremes, algorismes, principis, solucions i índexs.

Vegeu també

Teoria dels jocs de rol
Dinàmica de sistemes
Sistema dinàmic
Sistema complex

Bibliografia
Referències generals

Bierman, H. S. i L. Fernández, Game Theory with economic applications, Addison-Wesley, 1998.
Davis, M. D. (1971): Introducció a la teoria de jocs. Aliança Editorial, 1a edició.
Fudenberg, Drew i Jean Tirole: Game Theory, MIT Press, 1991, ISBN 0-262-06141-4.
Gardner, R. (1996): Jocs per a empresaris i economistes. Antoni Bosh editors, 1a edició.
Gibbons, Robert (1992): Game Theory for Applied Economists, Princeton University Press ISBN 0-691-00395-5. També publicat a Londres per Harvester Wheatsheaf (Londres) amb el títol A primer in game theory.

Gibbons, R. (1993): Un primer curs de teoria de jocs. Antoni Bosch editors, 1a edició.
Ginits, Herbert (2000): Game Theory Evolving. Princeton University Press, ISBN 0-691-00943-0.
Osborne, Martin i Ariel Rubinstein: A Course in Game Theory, MIT Press, 1994, ISBN 0-262-65040-1.
Rasmusen, Erik: Games and information, 4a edició, Blackwell, 2006. Disponible a Internet a <http://www.rasmusen.org/GI/index.html>.
William Poundstone: El Dilema del Prisionero, Alianza Editorial, 2005.
Cano, Mauricio, Mena L., Carlos i Sadka, Joyce (2009): "Teoria de Jocs i Dret Contemporani; Temes Selectes", ITAM, George Mason University i Porrúa. ISBN 978-607-9-00031-8.
Hillier, Frederick S. Introducció a la recerca d'operacions. Mèxic, D.F. : McGraw-Hill, c2010.

Lectures addicionals

Binmore, K. (1994): Teoria de jocs. Editorial McGraw-Hill, 1a edició.
Friedman, J.W. (1991): Teoria de jocs amb aplicacions a l'economia. Editorial Alianza Universidad.
Kreps, D.M. (1994): Teoria de jocs i modelació econòmica. Fons de Cultura Econòmica, 1a edició.
Tirole, J. (1990): La teoria de l'organització industrial. Editorial Ariel, 1a edició.

Textos d'importància històrica

Fisher, Ronald (1930) The Genetical Theory of Natural Selection. Clarendon Press, Oxford.
Luce, Duncan i Howard Raiffa Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. Dover, ISBN 0-486-65943-7.
Maynard Smith, John: Evolution and the Theory of Games, Cambridge University Press, 1982.
Morgenstern, Oskar i John von Neumann (1947): Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press.
Nash, John (1950) "Equilibrium points in n-person games" Proceedings of the National Academy of the USA 36(1):48-49.
Poundstone, William Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory and the Puzzle of the Bomb, ISBN 0-385-41580-X.

Notes

? De com la teoria matemàtica dels jocs d'estratègia resoldrà els problemes de l'Eurozona i furarà les armes nuclears iranianes, Ariel Rubinstein, 5 de maig de 2013, sense permís.
? Gametheory.net té una extensa llista de referències a la teoria de jocs en la cultura popular.
? Alguns estudiosos consideren certs jocs asimètrics com a exemples d'aquest tipus de jocs. Tanmateix, les recompenses més habituals per a tots aquests jocs són simètriques.
? El treball experimental en teoria de jocs rep molts noms: economia experimental, economia conductista i teoria de jocs conductista de jocs. Per a discussions recents en aquest camp vegeu Camer 2003.
? Sanfey, A. G. (26 d'octubre de 2007). «Social Decision-Making: Insights from Game Theory and Neuroscience». Science 318 (5850): 598-602. ISSN 0036-8075. doi:10.1126/science.1142996. Consultat el 8 de març de 2019.
? Unoka, Zsolt; Éssers, Imola; Áspán, Nikolett; Bódi, Nikolett; Kéri, Szabolcs (2009-08). «Trust Game Reveals Restricted Interpersonal Transactions in Patients With Borderline Personality Disorder». Journal of Personality Disorders 23 (4): 399-409. ISSN 0885-579X. doi:10.1521/pedi.2009.23.4.399. Consultat el 8 de març de 2019.
? King-Casas, B.; Sharp, C.; Lomax-Bream, L.; Lohrenz, T.; Fonagy, P.; Montague, P. R. (8 d'agost de 2008). «The Rupture and Repair of Cooperation in Borderline Personality Disorder». Science (en anglès) 321 (5890): 806-810. ISSN 0036-8075. PMC 4105006. PMID 18687957. doi:10.1126/science.1156902. Consultat el 8 de març de 2019.
? Berg, Joyce; Dickhaut, John; McCabe, Kevin (1995-7). «Trust, Reciprocity, and Social History». Games and Economic Behavior (en anglès) 10 (1): 122-142. doi:10.1006/game.1995.1027. Consultat el 8 de març de 2019.
? van 't Wout, M.; Sanfey, A.G. (2008-9). «Friend or foe: The effect of implicit trustworthiness judgments in social decision-making». Cognition (en anglès) 108 (3): 796-803. doi:10.1016/j.cognition.2008.07.002. Consultat el 8 de març de 2019.

? http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=433844

? Plantilla:Harvard citations

? Steven J. Brams, Game theory and the Cuban missile crisis, Plus Magazine, 1 January 2001, accessed 31 January 2016.

? Aguilera Gordillo, Rafael. «Dissenyen nou model per prevenir responsabilitat penal de les empreses». La Vanguardia.

? Aguilera Gordillo, R. (2018). Compliance Penal a Espanya. Thomson Reuters Aranzadi. ISBN 978-84-9197-188-7.

? Aguilera Gordillo (2019). «Compliance i Teoria de Jocs». El País / Cinc Dies.

? Skyrms 1996, Grim et al. 2004.

? Per a una discussió detallada de l'ús de la teoria de jocs en ètica vegeu l'entrada de la Stanford Encyclopedia of Philosophy, teoria de jocs i ètica.

? Tony Crilly (2011). 50 coses que cal saber sobre matemàtiques. Ed. Ariel. ISBN 978-987-1496-09-9.

? Teoria de jocs i del comportament econòmic.

? Tot i que el coneixement comú va ser discutit per primera vegada pel filòsof David Lewis en la seva dissertació *Convention* a finals de la dècada de 1960, no es va estudiar amb deteniment pels economistes fins al treball de Robert Aumann, el 1970.

Enllaços externs

En espanyol

Introducció a la teoria de jocs, Eumed.net.

Literatura sobre teoria de jocs, Rubén Osuna.

"La teoria dels jocs i l'origen de les institucions", Martín Krause, RIIM/ESEADE.

Senzilla introducció a la teoria de jocs, Raúl Bajo.

En anglès

"Game Theory", Wilfrid Hodges, Stanford Encyclopedia of Philosophy.

"A framework for the unification of the behavioral sciences", Herbert Gintis, Behavioral and Brain Sciences (2007) 30:1-61.

Game Theory, Experimental Economics, and Market Design Page, Alvin Roth.

A Chronology of Game Theory, Paul Walker.

GameTheory.net: A resource for educators and students of game theory, Mike Shor.

Introduction to Game Theory. Lecture by Benjamin Polak.

Control d'autoritats

Projectes Wikimedia

Dades: Q44455

Multimèdia: Game theory

Identificadors

BNE: XX4576411

BNF: 11941518c (data)

GND: 4056243-8

LCCN: sh85052941

NDL: 00574436

SUDOC: 02735525X

Diccionaris i enciclopèdies

Britannica: url
Identificadors mèdics
MeSH: D005716