

---

# La longitud en los portulanos

Autor:

Data de publicació: 28-12-2017

## 1. El cálculo de la longitud.

José Antonio Hurtado García - 24 04 2007

En cualquier manual de Historia del Medievo o de Historia de la Ciencia se puede encontrar una afirmación rotunda: En la Edad Media no se conocía un método para saber con exactitud la longitud de un punto en alta mar.

Esa afirmación es esencialmente incorrecta; en el Medievo había gente que sabía como calcular la longitud y como navegar con las cartas adecuadas, cartas que tienen su origen en la ciencia Islámica y que fueron desarrolladas por maestros cartógrafos judíos y lo voy a demostrar en unas pocas líneas.

Será la primera vez en la Historia Moderna que se mida la situación en longitud de puntos, sobre un mapa del siglo XIII.

El mapa que se ve arriba es una fotografía digital de la llamada Carta Pisana que se encuentra en la Biblioteca Nacional de Francia, el mapa viene junto a una escala que nos marca el valor de 10 cm de la realidad. Tras mucho tiempo de estudio y cálculos llegué a la conclusión de que el radio de los círculos de vientos que son esos círculos de los que surgen líneas desde puntos equidistantes, era de 10 dedos árabes; Forcé al programa de ordenador a que aceptase ese valor, y obtuve el valor de un grado sobre la propia carta (se ve a la derecha de la imagen sobre el cuello del pergamino) 1,36 dedos.

Sobre el eje de la carta, que es la línea que une los centros de los círculos de viento, mido la distancia que existe entre Tortosa (situada sobre el propio eje) y Niza:

Vemos que entre Tortosa y Niza, en la carta, la distancia que las separa medida sobre el eje es de 5,74 dedos.

Pero, los expertos han estudiado que en los portulanos la escala del lado atlántico, tiene distinta proporción a la del eje mediterráneo, y que la proporción es de 4 a 3, así que esa distancia la multiplicamos por 4 y la dividimos por 3:

$$5,74 \times 4/3 = 7,6533333$$

Y otra cosa que también han deducido los expertos es que en el eje del Mediterráneo las medidas están en millas romanas, y como:

$$1 \text{ milla romana} = 0,8 \text{ millas náuticas}$$

Dividiremos esa cantidad por 0,8 para tener directamente millas náuticas; el resultado de la división es: 9,566666667

Ahora, como sabemos que en la escala el valor de un grado es, según la escala de la carta, de 1,36 dedos dividimos el número anterior por ese valor y obtenemos: 7,034°

Por la Carta Pisana la diferencia de longitudes entre Tortosa Y Niza es de: 7° 2' 3,53?.

Ahora no tenemos más que conocer a través de Google Earth la longitudes de Niza y Tortosa, situadas por GPS.

---

Niza: 7° 15' 58,33''

Tortosa: 0° 31' 15,59''

Diferencia real de longitudes: 6° 44' 42,74''

El error en el cálculo es de 17' 20,79''. Aproximadamente 17 millas náuticas sobre un total de 395,5 millas náuticas lo que significa un error del 4,3% tras más de 600 años sin que nadie haya utilizado la carta, con las deformaciones que ya tiene el pergamino, y teniendo en cuenta los errores cometidos por el cartógrafo al desplazar, por ejemplo, medio milímetro a izquierda o derecha la situación del punto de la ciudad.

Y esto no es una casualidad, tomemos otro punto, por ejemplo Génova:

La distancia que medimos sobre la carta es de 7,08 dedos, para transformar las escalas multiplicamos por 4/3 y dividimos por 0,8 y obtenemos 11,8 que es la cantidad que tenemos que dividir por la escala de la carta: 1,36 obteniendo 8,67647

Distancia Tortosa-Génova en la Carta Pisana: 8° 40' 35,29''.

La longitud de Génova obtenida como antes de Google Earth es: 8° 56' 2,36'' E.

Restando la longitud de Tortosa que he expuesto más arriba nos dá:

Distancia real Tortosa-Génova (por GPS): 8° 24' 42,74''.

La diferencia es de 15' 52,87'' es decir 15,5 millas náuticas sobre un total de 504,7 millas náuticas, y eso nos da un error del 3,07%, que es del mismo orden de magnitud que el anterior e inferior también al 5%.

En la misma forma podemos tratar cualquier punto, o pareja de puntos, de la Carta Pisana; medimos su diferencia de distancias sobre el eje, la multiplicamos por 4/3, la dividimos por 0,8 y por 1,36 y tenemos en grados decimales el valor de la diferencia de longitudes entre esos dos puntos.

La receta: medimos la distancia en dedos árabes, la multiplicamos por 10 y la dividimos por 6 y el resultado lo dividimos por el 1,36 que es la escala de la carta.

Queda demostrado sobre una carta del siglo XIII que en el Medievo sabían como medir la longitud y situar los puntos sobre una carta con la longitud correcta, y da lo mismo que sean ciudades sobre la costa que puntos sobre la superficie del mar, si un marino sabía como cartear con ese mapa, sabía situar un punto sobre él y medir su longitud.

Pero como se carteaba será cuestión de otro post.

## 2. El Mediterráneo en la Carta Pisana

26 04 2007

En el post anterior hemos visto que existe una relación directa entre la proyección de dos puntos sobre el eje de la carta Pisana, y la diferencia de las longitudes reales de ambos puntos sobre la superficie terrestre. Y no es una casualidad puesto que cumplen una ley determinada y siempre la misma.

---

Por eso, parece lógico ver como se ha dibujado el Mediterráneo en la carta y si hay alguna propiedad especial en ese dibujo.

La figura muestra las líneas y puntos significativos. Mediante una tableta digitalizadora he contorneado el mar, pero debido a las deformaciones del pergamino desde un poco más al norte de Atenas he saltado a la costa sur de Turquía eliminando el mar Egeo. He marcado los nudos de viento, los círculos de viento, y el ombligo del portulano que es el punto donde son tangentes los dos círculos de viento y que está situado sobre el eje de la carta.

El eje de la carta va desde el punto del viento de Levante en el círculo de vientos de la derecha de la carta:

Se puede ver que en ese punto queda situada Tortosa de Ultramar (señalada en la imagen con una punta de flecha). Y termina el eje en el punto del viento de Poniente en el círculo de vientos de la derecha de la carta:

He girado el rótulo 180° ya que en esa zona la escritura queda al revés. Vemos que el eje al pasar por la península Ibérica también pasa por Tortosa, aunque esta vez es la Tortosa del Reino de Aragón. Por tanto ambas Tortosas están alineadas por el eje del portulano y con el ombligo del portulano.

A continuación en Google Earth he tomado una vista del Mediterráneo situando en el centro de la pantalla el ombligo del portulano (aproximadamente) y podemos ver los resultados:

En la realidad no existe tal alineación entre las Tortosas y el ombligo del portulano, la realidad nos marca dos líneas distintas que el mapa medieval ha obligado a formar una línea única. También con la tableta he seguido las costas del mar, haciendo un mapa aunque esta vez si he dibujado el mar Egeo. Ambos mapas dibujados por mí los he superpuesto en una figura única cuidando que la distancia entre Tortosa y el ombligo del portulano fuese la misma en ambos mapas respetando la proporción del dibujo, y el resultado es:

La línea blanca es la tomada de Google, se ve claramente el mar Egeo, y la línea negra es la copiada de la Pisana.

Vemos que el Mediterráneo es más corto en la carta que en la realidad, como consecuencia de la mayor deformación y roturas de la zona derecha del pergamino. Vemos que el punto B real pasa en la carta a B', pero la costa se ha ido deformando no bruscamente sino progresivamente, obsérvese como el punto A pasa a A' con un giro mucho menor que el de B para pasar a B'. Ese giro del punto A es el que hace que en la carta la península Itálica engorde; mientras que por debajo del eje de la carta el punto C pasa a ser C' y eso reduce la longitud de la costa africana.

El cartógrafo partió de una proyección del Mediterráneo muy semejante a la obtenida por mí en Google Earth y deformó conscientemente y con un cálculo preciso toda la zona del círculo de vientos de la derecha para que los puntos cumpliesen la relación que hemos visto en el post anterior.

En el próximo estudiaremos las propiedades de esa deformación y veremos que efectivamente está encaminada a poder calcular la diferencia de longitud entre los puntos.

Con este artículo se hace todavía más evidente que los portulanos nada tienen que ver con la triangulación magnética.

---

### 3. El Ombligo del portulano

26 04 2007

Hemos visto en el post anterior que el Maestro Cartógrafo gira en forma sucesiva la costa del Mediterráneo en dirección de las agujas del reloj (negativa) hasta que Tortosa de Ultramar queda alineada con el ombligo del portulano y la Tortosa del Reino de Aragón y la pregunta obligada es ¿qué ocurre cuando el Maestro realiza ese giro?

Una imagen de la situación real es la de más abajo:

En el mapa vemos las longitudes, en grados, correspondientes a los meridianos de ambas Tortosas, y en millas náuticas las distancias entre los tres puntos que quedarán alineados en la carta; la segunda distancia corresponde al diámetro del círculo de vientos.

La suma de distancias de esas dos líneas que son el eje de la carta es de 1.705,5 millas náuticas. Recordemos que en el post 1 las distancias medidas sobre el eje en dedos, las dividíamos por 0,8; así que aquí también haré ese cálculo, pero primero pasamos las millas náuticas a grados dividiendo por sesenta:

$$1.705,5 / 60 = 28,425^{\circ}$$

$$28,425^{\circ} / 0,8 = 35,53125^{\circ} = 35^{\circ} 31' 52,5''$$

Restando directamente las longitudes de los meridianos que aparecen en la figura tenemos que la diferencia de

---

longitudes entre las dos Tortosas es de:

35° 24' 2,7"

Así que se cumple que:

distancia sobre el eje = 0,8 x diferencia de longitudes.

Eso en la realidad, sin medir sobre la carta ¿por qué? por que el ombligo esta situado en un punto tal, sobre la superficie terrestre, que obliga a que eso se cumpla.

El Maestro Cartógrafo podía haber dibujado una línea de vientos cualquiera que pasase por Tortosa de Ultramar, sobre esa línea haber trazado la distancia del diámetro del círculo de vientos y nos daría la posición del ombligo, y desde ahí, unirlo con Tortosa del Reino de Aragón sin más. Y entonces no se cumpliría la propiedad de más arriba. Esa propiedad está asociada a la elección del punto que será el ombligo y es necesario calcular previamente esa posición para realizar el portulano.

Y para hacer ese cálculo fueron necesarias las matemáticas desarrolladas por la Casa de Sabiduría de Bagdag en el siglo VIII, sin esas matemáticas no es posible el cálculo del ombligo del portulano. Y vamos a ver que es así.

El número resultante de dividir la distancia en millas náuticas (o grados) por 0,8 es una propiedad que se debe a la situación del ombligo, y vimos en el post 1 que cuando medíamos sobre la carta en dedos además de dividir por 0,8 teníamos que multiplicar por 4/3 cosa que no nos ha ocurrido ahora. Ese valor de 4/3 es una consecuencia de la escala de la carta, una relación entre la milla náutica que son los números reales sobre la superficie, y los dedos que son los números equivalentes sobre la carta.

Además, hay que contemplar la escala de dibujo, ese valor que allí (en ese post) medíamos y que nos decía que un grado valía 1,36 dedos sobre la carta.

Ahora, no tengo otra alternativa mas que la de jugar un poco con los números. Ese valor de 1,36 dedos por un grado es el que yo he medido sobre la carta, pero puede ser algo más o algo menos por lo que ya sabemos de la deformación del pergamino, de la exactitud de los puntos dibujados sobre el cuero... Atención ahora:

0,8 es muy próximo a  $(3/4) \times (18/17) = 0,7941176471$

Por lo que el valor medido de 1,36 dedos por un grado que vale:

$1,36 = 17 \times (0,8/10)$  (dedos/grado)

Lo podemos escribir, sustituyendo 0,8 por su valor, como:

$1,36 \text{ aproximadamente} = 17 \times (3/4) \times (18/17) \times (1/10)$  (dedos/grado)

Ahora para dejarlo bonito ponemos (1/10) por delante, y eliminamos el 17:

$1,36 \text{ aproximadamente} = (1/10) \times (3/4) \times 18$  (dedos/grado)

Pero a principios del siglo IX el califa Al-Mammun hizo, aconsejado por los matemáticos de la Escuela de Sabiduría de Bagdag) una reforma del sistema métrico estableciendo que:

18 dedos = 1 pie

Con lo cual vemos como se simplifican las multiplicaciones anteriores:

$1,36 \text{ aproximadamente} = (1/10) \times (3/4)$  pies/grado

Y la expresión correcta sería escribir lo anterior como:

factor de escala de la Carta:  $(1/10) \times (3/4)$  pies de Al Mammun/grado.

---

Lo que prueba la relación directa de los portulanos (al menos de la carta Pisana) con la Escuela de Sabiduría de Bagdad en el siglo VIII.

#### 4. El origen en la Carta Pisana

29 04 2007

La Carta Pisana tiene dos círculos de viento con el mismo valor del diámetro: 10 dedos árabes medidos sobre el pergamino, pero todos los cálculos que he realizado en los post anteriores son válidos desde Tortosa del Reino de Aragón que aunque está situada en el eje de la carta, no está sobre el punto del viento de Poniente sino sobre la línea de la costa de la Península Ibérica, mientras que Tortosa de Ultramar si que se sitúa sobre el punto del Viento de Levante.

Los cálculos realizados en los post anteriores me dicen que si se sitúa un punto sobre la carta, trazando una perpendicular al eje desde ese punto puedo medir la distancia (en dedos) que hay desde Tortosa del Reino de Aragón o la que me falta hasta Tortosa de Ultramar y conocida esa distancia en dedos se la posición donde me encuentro (en grados) con respecto a cada una de las dos Tortosas. Recordemos la receta que daba en el post 1:

“medimos la distancia en dedos árabes, la multiplicamos por 10 y la dividimos por 6 y el resultado lo dividimos por el 1,36 que es la escala de la carta”.

Con esa receta, tenemos la distancia entre el punto y Tortosa del Reino de Aragón si ha sido ese el segmento medido sobre el eje, o con Tortosa de Ultramar si resultó ser esa Tortosa el origen de la medición.

Si yo se situar puntos sobre la Pisana, la carta me permite saber mi situación con respecto a Tortosa (una u otra) ¿Iba a realizar el Maestro Cartógrafo un trabajo que sus clientes no supiesen utilizar? Por otro lado, la carta parece diseñada para moverse entre ambas Tortosas, y ambas eran enclaves Templarios ¿Fueron éstos los cartógrafos o los clientes del Maestro Cartógrafo? Tras mucho tiempo de estudio sobre la vida de los freires he llegado a la conclusión de que ellos no pudieron ser los cartógrafos, sino que tenían a especialistas trabajando para la Orden.

De lo que no hay absolutamente ninguna duda es que la carta Pisana, es lo que se llama una carta plana, es decir un dibujo sobre un plano de las formas sobre la superficie esférica; el Maestro Cartógrafo partía de una plantilla del Mediterráneo, situaba sobre ella el ombligo, y a partir de ahí giraba una parte de ese mapa para alinear Tortosa de Ultramar con los otros dos puntos claves. ¿Era el mapa inicial del Maestro una proyección matemática de la superficie terrestre sobre un plano?.

Voy a repetir uno de los cálculos numéricos del post 3, el que hace referencia al valor de un grado en la escala de la carta.

$$1 \text{ grado} = 1,36 \text{ dedos} = (1/10) \times 17 \times 0,8 \text{ dedos}$$

$$1 \text{ pie} = 18 \text{ dedos (desde la reforma de Al Mammun)}$$

$$1 \text{ grado} = (1/10) \times 0,8 \times (17/18) \text{ pies}$$

Ahora, fijémonos en la figura de más abajo:

Supongamos que la figura representa una sección terrestre por un plano que pasa por ambos polos; vemos que cuando sobre la superficie de la Tierra se recorre un arco de longitud  $d'$ , en el plano de la proyección se mide un segmento de longitud  $d$ . Esas dos líneas paralelas que llevan el comienzo y el final del arco  $d'$  hasta el plano de proyección son las que me definen el tipo de proyección que utilizo, y  $d$  está relacionado con  $d'$  en función del ángulo central que abarca un arco sobre la superficie terrestre.

Existe una proyección semejante a la dibujada y que cumple la propiedad que por cada 18 unidades de arco sobre la superficie terrestre, se miden 17 unidades en el plano de proyección, es decir que:

$$d = d' \times (17/18)$$

Volviendo a la relación escrita antes de la figura:

---

$$1 \text{ grado} = (17/18) \times (1/10) \times 0,8 \text{ pies}$$

Esa relación la he calculado midiendo sobre la carta Pisana, y es exactamente igual a la fórmula que me relaciona d con d':

$$1 \text{ grado medido en la carta} = (17/18) \times 0,08 \text{ pies}$$

Que indica que el Maestro Cartógrafo partió de una proyección semejante a la que yo he dibujado para confeccionar la carta. La Carta Pisana tiene como mapa de partida una proyección azimutal del Mediterráneo de relación 17/18.

5. Las escalas de troncos de leguas.  
29 04 2007

Ya hemos visto en uno de los post anteriores que el valor de 0,8 se podía escribir como:

$$0,8 \approx (3/4) \times (18/17)$$

Y que, por otro lado, habíamos deducido que aún antes de ser dibujada la carta, y gracias a la situación del ombligo se cumplía que:

$$\text{Distancia sobre el eje en la esfera terrestre} = 0,8 \times \text{Diferencia de longitudes}$$

Así que en esta segunda igualdad vamos a sustituir 0,8 por su valor aproximado:

$$\text{Distancia sobre el eje en la esfera terrestre} \approx (3/4) \times (18/17) \times \text{Diferencia de longitudes}$$

Cambiando de lado el valor de (18/17) tendremos:

$$(17/18) \times \text{Distancia sobre el eje en la esfera terrestre} \approx (3/4) \times \text{Diferencia de longitudes (I)}$$

Lo que hemos visto en el post 4, es que cuando sobre la esfera terrestre tenemos un arco de una longitud cualquiera d', su medida sobre el plano de proyección, es decir sobre el propio mapa nos viene dada por:

$$d = (17/18) \times d'$$

Por lo tanto la primera parte de la igualdad (I) es la distancia sobre el eje, pero medida directamente en el mapa:

$$\text{Distancia sobre el eje en la carta} \approx (3/4) \times \text{Diferencia de longitudes.}$$

O lo que es lo mismo:

$$(\text{Distancia sobre el eje en la carta}/3) \approx (\text{Diferencia de longitudes}/4)$$

Una legua de 3 sobre el eje de la carta  $\approx$  Una legua de 4 sobre el Ecuador Terrestre

---

Porque la diferencia de longitudes son grados medidos en el Ecuador. Esta es la relación que han encontrado aquellos que han trabajado sobre los portulanos y que han designado eufemísticamente con el nombre de escala de troncos de leguas.

Esta igualdad es consecuencia de la posición del ombligo en la carta, y de la proyección que tiene como coeficiente el valor 17/18.

## 6. El azimut.

2 05 2007

A lo largo de los posts anteriores he escrito sobre una proyección acimutal, es hora de que entremos en el significado de esas palabras, y en el concepto de azimut.

En este momento al leer este artículo, estás situado en un punto cualquiera de la superficie terrestre; mentalmente y por ese punto, supón que existe un plano tangente a esa superficie, ese plano recibe el nombre de plano del horizonte local, y se considera que todo lo que ves a tu alrededor está en ese plano, aunque realmente está sobre la superficie terrestre que no es plana como ya sabes.

Mentalmente une tus pies con el centro de la Tierra, y prolonga esa línea por encima de tu cabeza hasta el infinito. El punto donde esa línea corta a la teórica esfera celeste, es el azimut. Como puedes ver en la figura superior, el Norte y el Azimut son dos puntos distintos. Si estas en un lugar despejado y es de noche, el azimut esta directamente sobre tu cabeza, y el Norte en la estrella de la punta de la Osa Menor.

Si nosotros nos subimos hasta el azimut la Tierra se pierde, pero si por esa recta nos situamos a unos cuantos Km. Por encima de la superficie y sacamos una fotografía, sobre esa foto plana, lo que se ha tomado es una proyección acimutal ortogonal de la superficie terrestre, suponiendo que el eje de la óptica del objetivo esté perfectamente alineado con esa línea de azimut y no tenga desviaciones. Si el eje de la óptica de la cámara formase un ángulo con esa línea acimutal, tendríamos también una proyección acimutal, pero ya no sería ortogonal.

Una de las proyecciones ortogonales de la superficie terrestre más conocidas es la vista de la Tierra desde el polo Norte:

En la vista superior, vemos unas líneas radiales que parten del centro (polo Norte) son los meridianos, son círculos máximos de la esfera terrestre porque el centro de los círculos es el centro de la Tierra, y tal y como los vemos en esa imagen, los ángulos que forman entre ellos y que se pueden medir en la imagen son los ángulos reales que forman esos dos meridianos sobre la superficie terrestre.

Acabo de enunciar dos propiedades importantes de la proyección acimutal: La primera es que por el centro de la



---

proyección (el polo norte en este caso, y el punto por donde la línea acimutal corta a la superficie terrestre en otro) se pueden trazar (al igual que los meridianos) infinitos círculos máximos y el ángulo que se mide en la proyección es exactamente el ángulo que forman esos círculos en la realidad.

En la imagen siguiente podemos ver otra proyección polar azimutal, pero esta vez no ortogonal, es decir que el eje de la tierra y el eje de la óptica de la cámara forman un ángulo:

Se puede comprobar que ya los meridianos no se proyectan como líneas rectas, ni el ángulo que forman entre ellos en la fotografía es el mismo que forman en la realidad.

La proyección ortodrómica ortogonal tiene otra propiedad que ya he mencionado, y es que la longitud de las líneas sobre el plano de proyección es la longitud de los arcos sobre la esfera multiplicada por un coeficiente de proyección:

Como se ve en la figura el Plano de proyección, es un plano paralelo al plano tangente al que es perpendicular la línea del azimut.

Resumiendo, diremos que:

En este tipo de proyección el eje de proyección es la línea azimutal que pasa por el centro de la Tierra. El centro de la proyección que es el punto donde la línea azimutal corta al plano de proyección, es origen en la proyección de líneas rectas que parten de ese punto, y que en la esfera son círculos máximos que tienen como diámetro la línea azimutal. Existe una relación entre los arcos de círculo máximo en la esfera, y las líneas rectas sobre el plano de proyección.

7. La proyección  
9 05 2007

En el post anterior ya hemos aprendido a localizar el azimut y el concepto de proyección acimutal, en éste vamos a ver algunas proyecciones acimutales del Mediterráneo.

---

Por ejemplo la figura superior muestra una proyección acimutal por la vertical de Tortosa (Reino de Aragón) Las líneas que parten de ese puntos son las equivalentes a los meridianos que veíamos en la proyección del Polo Norte, cada una de ellas representa un círculo máximo sobre la superficie de la Tierra que tiene su centro en el centro terrestre y el diámetro pasa por Tortosa. En la carta, se reflejarían como tales líneas rectas y el ángulo que formasen dos de ellas sería el mismo en la carta que sobre la superficie Terrestre.

Si la Pisana tiene dos círculos de vientos, podríamos pensar que se trata de una doble proyección, algo similar a lo que refleja la figura inferior:

Es una falsa doble proyección, pero ya se ve que girando Tortosa de Ultramar desde el centro de la segunda proyección para alinear el eje dibujado en rojo no es posible aumentar la superficie de la península Itálica tal y como aparece en la Pisana, veamos ahora una proyección desde el ombligo de la carta.

Sobre la proyección he colocado una Rosa de los Vientos, porque los ángulos que forman los vientos de la Rosa en la Carta, son idénticos a los que se forman en el centro de proyección. Se puede observar que el Norte de la Rosa coincide con el Norte señalado por la proyección. Pero ahora pasemos a examinar lo que puede ser el eje de la Pisana.

Girando el punto A que pasa aproximadamente por Venecia y con el toda la parte del mapa situada a la derecha de ese diámetro un ángulo de 11, 125° en el sentido de las agujas del reloj, Tortosa, el ombligo del portulano y Tortosa de Ultramar quedarían alineadas tal y como nos la presenta el Maestro Cartógrafo en su trabajo.

Parece, entonces, que esa fue la forma en que se confeccionó la Pisana, y su análisis lo haré en el próximo post.

## 8. El diseño de la Carta Pisana

10 05 2007

Estamos en condiciones de saber cómo fue dibujada realmente la carta. El Maestro Cartógrafo partió de un dibujo previo a escala del Mediterráneo, dibujo que estudiaré más adelante.

Una vez comprado y preparado el pergamino estableció el valor del radio de los círculos de vientos, y de las escalas. Con un pantógrafo y sobre una cartulina copió a la escala calculada ese perfil del Mediterráneo. Trazó el punto que sería el ombligo y dibujo sobre esa cartulina (u hoja de latón fino) el diámetro del segundo círculo que giraría en torno al ombligo.

---

Sobre el propio pergamino dibujo los círculos de vientos, el ombligo y el eje de la Carta, situó la plancha de latón (o de cartulina) correspondiente a la parte izquierda del mapa en su lugar y copió los bordes de la plancha en el pergamino, a continuación tomó la segunda parte y la situó en su lugar girándola  $11,25^\circ$  en el sentido de las agujas del reloj y también copió la costa sobre el pergamino; remato las zonas de unión y ruptura, y dejo la carta lista para situar los topónimos y añadir el resto de líneas.

Pero la pregunta es ¿por qué ese empeño en trazar sobre el eje de la carta a ambas Tortosa? ¿Por qué han de quedar alineadas la Tortosa del Reino de Aragón y la Tortosa de Ultramar?

Voy a mostrar ahora una proyección del Mediterráneo con centro en la Tortosa del Reino de Aragón, pero no mostraré en ella todos los vientos que salen de ese punto, me fijaré únicamente en dos vientos muy significativos; en primer lugar el meridiano que pasa por el punto, y en segundo lugar el viento que forme con el meridiano un ángulo de  $90^\circ$  en ese punto.

Podemos ver que ambas Tortosa están alineadas y que el ombligo de la carta queda por debajo de la línea que las une. El que ambas Tortosa queden en la misma línea no es un capricho del Maestro Cartógrafo, corresponde a una realidad proyectiva; pero esa línea que las une no cumple la proporción matemática que relaciona la diferencia de longitudes con las distancias sobre la línea, esa relación se cumple únicamente cuando el eje de la carta está formado por las dos líneas que confluyen en el ombligo.

La Carta Pisana es un dibujo ficticio, muestra una alineación que no se corresponde con la proyección de la carta, simplemente para que las distancias entre Tortosa del Reino de Aragón y Tortosa de Ultramar cumplan una relación matemática relacionada con la diferencia de longitudes de ambos puntos. Las perpendiculares al eje de la carta solo pueden considerarse como meridianos en esos puntos y en el ombligo.

La cuestión es ¿para qué podía ser utilizada dicha carta?

---

## 9. Ramon Llull

10 05 2007

Ramon Llull (1232 – ¿?) es uno de los grandes intelectuales del Medievo, y no existe disciplina de las conocidas en su época a la que no haya aportado contribución, incluso hay quién afirma que es el auténtico padre de la escuela de cartografía mallorquina.

Pero yo hoy quiero considerar únicamente una de sus facetas, la de profesor de La Sorbona y aplicarla a la definición que el mismo nos dejó sobre la navegación:

La navegación nace y se deriva de la Geometría y de la Aritmética, porque la nave que en un momento dado se encuentra en un lugar, en otro momento se encuentra en otro lugar distinto. Suponiendo que en el punto donde vienen a reunirse los cuatro ángulos agudos sea la “estrella del norte” o el puerto de la nave, y que la nave quiera navegar hacia Oriente, irá por el Sudeste y cuando vaya por la cuarta milla, estas cuatro millas no cuentan por el Sudeste si no por Levante... y cuando la nave camine ocho millas, en dirección al Sudeste, no cuentan si no seis por el Oriente.

Nos dice que la navegación nace y se deriva de la Geometría y de la Aritmética, lo que significa que para él no es necesaria ninguna ciencia adicional para describir y calcular el movimiento de un barco sobre la superficie del mar, no es necesaria ni la Astronomía (Astrología en su época) ni ningún fenómeno físico como pudiera ser el magnetismo implícito en las brújulas de la época. Hasta ahora todo lo que he estudiado sobre la Carta Pisana está de acuerdo con la definición del sabio medieval.

Ahora, tenemos que tener en cuenta que en la época de Llull no existía una palabra para definir el concepto de Rosa de los Vientos, Así que él, sobre el puerto de la nave reúne cuatro ángulos que son los formados por el viento del norte con el del nordeste; el del nordeste con el del este; el del este con el del sureste; y el del sureste con el del sur. Es decir la mitad oriental de una Rosa de los Vientos de ocho vientos. Algo similar a lo que he mostrado en el post 8 del blog.

Y nos dice: cuando vaya por la cuarta milla, estas cuatro millas no cuentan por el Sudeste si no por Levante... Es decir que las millas las cuenta por el Levante, que es equivalente al eje de la Carta como ya mostré; y concluye con: y cuando la nave camine ocho millas, en dirección al Sudeste, no cuentan si no seis por el Oriente.

Esa es la relación que habíamos encontrado entre las distancias por el eje de la carta y las diferencias de longitudes, todo ello por el Levante, independientemente de por donde navegase la nave, y si nos fijamos en la imagen del post anterior veremos que al estar alineadas las dos Tortosa no tiene sentido navegar entre ellas por el nordeste, que lo lógico es navegar hacia el Sudeste, tal y como propone el mallorquín.

La relación de Llull con La Pisana o con una carta similar a ella no se puede negar, y sobre todo teniendo en cuenta donde sitúa la Rosa de los Vientos, lo que es primordial para que el Viento de Levante sea el eje de la navegación y

---

coincida con la línea que une los puertos de partida y llegada, tal como mostré en el post 8.

10. Tres puntos aún no resueltos.

11 05 2007

A pesar del párrafo de Llull hay tres cuestiones que no quedan resueltas ni en ese párrafo ni sobre la propia carta.

Observemos la figura de más arriba y supongamos que nos encontramos en un punto tal y como el P, donde la proyección real nos permite apreciar que su longitud real es de  $25^{\circ}$  E. y su latitud  $32^{\circ} 30' N$ . Cuando sobre la Pisana queremos realizar los cálculos para determinar la longitud debemos trazar desde ese punto la perpendicular al eje de la carta, línea que he dibujado en blanco sobre el propio mapa.

Se ve que ese punto queda a la derecha de la intersección del meridiano  $25^{\circ}$  E. con el eje de la carta, y el cálculo proporciona, efectivamente un valor mayor de 25. Al final ese error de desplazamiento debido a que las perpendiculares al eje no coinciden con los meridianos queda resuelto en el cómputo global, pero eso explica por qué todos aquellos que han trabajado sobre portulanos no podían medir longitudes de una forma correcta, y por qué al dibujar los puntos que tenían la misma longitud no aparecía una línea uniforme.

El segundo punto lo tenemos con respecto a las latitudes, cualquier líneas paralela al eje de la carta, es evidente que no se corresponde con un paralelo real de los que utilizamos en nuestro sistema de coordenadas, si en la Pisana trazamos una línea paralela al eje y que pase por un punto similar al P aproximadamente pasa por Cartagena, observemos en el mapa el paralelo  $32^{\circ} 30' N$ . Evidente que la determinación de latitudes en la carta no está relacionada con líneas elementales que podamos trazar directamente.

Supongamos que hemos partido de Tortosa del Reino de Aragón y tras varias jornadas de navegación hemos alcanzado el punto Q, El ángulo que forma la línea azul con el eje de la carta es el mismo sobre la carta que en la realidad ya que el centro de la proyección está en Tortosa tal y como determinamos y apostillaba Llull, ¿cómo se con que ángulo debo de ceñir para dirigirme a Tortosa de Ultramar? Si lo mido sobre la carta el ángulo no es válido porque está fuera de la proyección. Lo puedo calcular ya que conozco la latitud de Q (la mido sobre el barco) y la longitud (calculada con error sobre la carta) y conozco la longitud y la latitud de Tortosa de Ultramar, lo que significa que en un triángulo esférico con un vértice en el polo Norte conozco la longitud de dos lados y el ángulo que forman lo que me permitiría el cálculo de los demás elementos del triángulo y entre ellos el ángulo de ceñida. Pero para realizar ese cálculo los conocimientos matemáticos del piloto tendrían que se similares a los de Llull (en principio).

Y aún resta el problema más importante ¿Cómo se posiciona un punto sobre la carta si no se utiliza ni la longitud ni la latitud? Pero ese problema si está resuelto y trataré el tema en el próximo post.

---

## 11. Navegando con la Carta Pisana.

13 05 2007

Con los conocimientos que poseemos estamos en condiciones de saber cómo se utilizaba la Carta Pisana para navegar entre ambas Tortosa. Siguiendo a Llull consideramos que en la Tortosa del Reino de Aragón tenemos situada la Rosa de los Vientos y que queremos navegar en dirección hacia el sudeste.

La navegación, se realiza por estima, en el momento en que la nave a la salida del puerto toma la dirección en la que se desea navegar, se da vuelta a la ampolleta (reloj de arena) y cada vuelta, o dos vueltas o el periodo que se estime, el piloto apunta los datos de la navegación de ese espacio de tiempo: la velocidad de la nave, que habrá medido con la cuerda de nudos, y la estima de la dirección en que se ha navegado realmente que aprecia por la desviación de la estela con respecto al eje de la nave y por su propia experiencia.

Las mediciones se repiten a intervalos de tiempo regulares (vueltas de ampolleta) y en un momento dado se cartea, es decir se llevan los datos a la carta. Conocida la velocidad de la nave y el tiempo que ha navegado a esa velocidad se calcula la distancia recorrida en ese periodo; sabemos que la carta tiene una escala en grados con su equivalencia en dedos  $1,36 \text{ dedos} = 1 \text{ grado}$ . Por otro lado los grados están divididos en 20 partes así que la distancia puede venir calculada en leguas de a veinte o en millas náuticas, y mediante la equivalencia anterior (que ya tiene en cuenta que 18 unidades sobre la superficie terrestre son 17 unidades sobre la carta) es posible dibujar en dedos la longitud del tramo navegado.

Como la experiencia del piloto ha estimado la dirección de navegación en ese tramo, ya podemos dibujar la línea de navegación de ese periodo. Y así se repite con todos los tramos. Al final, tenemos el punto de situación de la nave en el momento de la 5ª vuelta de ampolleta que corresponde al final del tramo 4 de navegación. Sobre la carta es posible medir en dedos la distancia navegada (c) y el ángulo con el meridiano (A) que es la dirección real de navegación en ese momento.

En la figura de más arriba vemos el meridiano de Tortosa y el triángulo esférico formado por el meridiano de situación de la nave tras el tramo 4 de navegación y la distancia navegada (c). En ese triángulo conocemos la colatitud del puerto de salida (b), la distancia navegada (c) y el ángulo de la dirección real de navegación (A) y tenemos una estimación de la diferencia de longitudes o lo que es lo mismo conocemos la longitud del punto de situación de la nave. Si el piloto tuviese conocimientos de matemáticas podría a través del triángulo esférico calcular el último lado del triángulo o lo que es lo mismo la colatitud del punto donde se encontraba la nave tras el periodo 4 de navegación.

¿Para qué le serviría al piloto el conocimiento de la latitud de la nave si en la carta no se pueden situar latitudes?

---

En la carta lo interesante es la longitud que tiene la nave y la que falta para llegar a destino, las latitudes no son significativas.

12. Las cartas de marear  
15 05 2007

En el post anterior he mostrado como con una carta similar a la Pisana se carteaba y se podía conocer siempre la diferencia de longitud tanto con respecto al puerto de partida como al de llegada, y que las latitudes no se utilizaban para la navegación, de ahí que Llull no nombre para nada la Astronomía como ciencia básica de este arte, pues la latitud se medía en función de la altura de la polar o de otra estrella conocida.

Falta por explicar cómo conocer el ángulo con el cual ceñir cuando se deseaba variar el viento de navegación en un momento determinado de la misma, pero ya llegaré a ese punto; por ahora fijémonos en la figura siguiente que resume lo que conocemos sobre las cartas medievales de marear.

En la carta, únicamente existen tres meridianos, el de partida, el de llegada y el del ombligo; en los puntos intermedios los meridianos no forman líneas rectas y ni siquiera siguen una orientación determinada. La carta viene condicionada por los vientos de navegación, Llull los sitúa tal cual los he dibujado, pero los maestros cartógrafos dibujan los círculos de vientos, sobre ellos los nudos, y partiendo de cada nudo los vientos que quedan interiores a los círculos; es posible que lo hagan por estética o por tener siempre cerca del punto de partida o de cualquier punto intermedio el viento que han de dibujar y no tener que trasladarlo mediante paralelas desde el puerto de salida.

Hay que tener en cuenta que la Rosa no aparece en los portulanos hasta 1375 así que el concepto, dada la cantidad de portulanos anteriores, debió fijarse muy próximo a esa fecha, ya que como nos muestra Llull no existía ni siquiera una palabra para definirlo.

Así que es característica de los portulanos, tal y como han encontrado los que han estudiado sobre ellos que los meridianos no forman líneas definidas (excepto los tres que he marcado) y que tampoco es posible definir líneas para los puntos que tienen la misma latitud, y yo he mostrado como siguiendo una navegación por vientos, se puede cartear en una carta tipo Pisana. Esta navegación por vientos, es lo que recibe el nombre de navegación ortodrómica, porque la dirección de navegación es un arco de círculo máximo de la esfera que recibe el nombre de curva ortodrómica. Veamos ahora un simulacro de carta actual:

En ella, los meridianos son líneas paralelas verticales (y los paralelos son paralelas horizontales que no se han dibujado) y la navegación se efectúa por rumbos, es decir la dirección de navegación corta a los meridianos siempre con el mismo ángulo tal y como ahí se muestra. Es lo que se llama una navegación loxodrómica.

Todos aquellos que defienden la hipótesis de que los portulanos son cartas arrumbadas, es decir trazadas con ayuda

---

de la brújula para definir los rumbos defienden también que la navegación medieval era una navegación loxodrómica.

Pero si como se ha estudiado por muchos expertos, en los portulanos es imposible definir los meridianos como líneas estructuralmente coherentes ¿Cómo es posible trazar sobre ellos los rumbos y dar origen a una navegación loxodrómica? Hasta ahora nadie ha respondido a esa pregunta y mucho menos ha sido capaz de explicar cómo se navegaría con un portulano.