
Sexagesimal

Autor:

Data de publicació: 30-04-2022

Sexagesimal , també conegut com a base 60 o sexagenari , és un sistema numeral amb seixanta com a base . Es va originar amb els antics sumeris al III mil·lenni aC, es va transmetre als antics babilonis i encara s'utilitza —en una forma modificada— per mesurar el temps , els angles i les coordenades geogràfiques .

Sexagesimal , també conegut com a base 60 o sexagenari , és un sistema numeral amb seixanta com a base . Es va originar amb els antics sumeris al III mil·lenni aC, es va transmetre als antics babilonis i encara s'utilitza —en una forma modificada— per mesurar el temps , els angles i les coordenades geogràfiques .

El nombre 60, un nombre superior altament compost , té dotze factors , és a dir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 i 60, dels quals 2, 3 i 5 són primers . nombres . Amb tants factors, moltes fraccions que impliquen nombres sexagesimals es simplifiquen. Per exemple, una hora es pot dividir uniformement en seccions de 30 minuts, 20 minuts, 15 minuts, 12 minuts, 10 minuts, 6 minuts, 5 minuts, 4 minuts, 3 minuts, 2 minuts i 1 minut. 60 és el nombre més petit que és divisible per tots els nombres de l'1 al 6; és a dir, és el mínim comú múltiple d'1, 2, 3, 4, 5 i 6.

En aquest article, tots els dígit sexagesimals es representen com a nombres decimals, llevat que s'indiqui el contrari. Per exemple, 10 significa el número deu i 60 significa el nombre seixanta .

Contingut

Origen

Utilitzant el polze i assenyalant cadascun dels tres ossos dels dits de cada dit al seu torn, és possible que la gent compti amb els seus dits fins a 12 en una sola mà. Un sistema de recompte tradicional que encara s'utilitza a moltes regions d'Àsia funciona d'aquesta manera, i podria ajudar a explicar l'aparició de sistemes numerals basats en 12 i 60 a més dels basats en 10, 20 i 5. En aquest sistema, l'altra mà d'una persona comptaria el nombre de vegades que s'ha arribat a 12 a la seva primera mà. Els cinc dits comptarien cinc jocs de 12, o seixanta. Tanmateix, el sistema sexagesimal babilònic es basava en sis grups de deu, no cinc grups de 12.

Segons Otto Neugebauer , els orígens de sexagesimal no són tan simples, coherents o singulars en el temps com sovint es descriuen. Al llarg dels seus molts segles d'ús, que continua avui en dia per a temes especialitzats com el temps, els angles i els sistemes de coordenades astronòmiques, les notacions sexagesimals sempre han contingut una forta corrent subterrània de notació decimal, com ara com s'escriuen els dígit sexagesimals. El seu ús també ha inclòs sempre (i continua inclòs) incoherències sobre on i com han de representar les diverses bases els nombres fins i tot dins d'un sol text.

Primers signes protocuneiformes (IV mil·lenni aC) i cuneiformes per al sistema sexagesimal (60, 600, 3600, etc.)

El controlador més potent per a un ús rigorós i totalment coherent de sexagesimal sempre ha estat els seus avantatges matemàtics per escriure i calcular fraccions. En els textos antics això es mostra en el fet que el sexagesimal s'utilitza de manera més uniforme i coherent a les taules de dades matemàtiques. Un altre factor pràctic que va ajudar a ampliar l'ús de sexagesimal en el passat, encara que de manera menys coherent que a les taules matemàtiques, va ser els seus decidits avantatges per als comerciants i compradors per facilitar les transaccions financeres diàries quan implicaven negociar i dividir quantitats més grans de mercaderies. El primer sicle en particular era una seixantena part

d'un mana, tot i que els grecs més tard van coaccionar aquesta relació en la proporció més compatible amb base 10 d'un sicle que era la cinquantena part d'una mina .

A part de les taules matemàtiques, les inconsistències en com es representaven els nombres a la majoria de textos es van estendre fins als símbols cuneiformes més bàsics utilitzats per representar quantitats numèriques. Per exemple, el símbol cuneiforme per a 1 era una el·lipse feta aplicant l'extrem arrodonit de l'estilet en un angle amb l'argila, mentre que el símbol sexagesimal per a 60 era un oval més gran o "1 gran". Però dins dels mateixos textos en què s'utilitzaven aquests símbols, el número 10 es representava com un cercle fet aplicant l'extrem rodó de l'estil perpendicular a l'argila, i un cercle més gran o "10 gran" s'utilitzava per representar 100. Els símbols de quantitats numèriques multibase es podrien barrejar entre si i amb abreviatures, fins i tot dins d'un sol nombre. Els detalls i fins i tot les magnituds implicades (ja que zero no es va utilitzar de manera coherent) eren idiomàtics amb els períodes de temps, cultures i quantitats o conceptes concrets que es representaven. Tot i que aquestes representacions de magnituds numèriques que depenen del context són fàcils de criticar en retrospectiva, en els temps moderns encara tenim desenes d'exemples habituals de barreja de bases depenent del tema, inclosa la innovació recent d'afegir fraccions decimals a coordenades astronòmiques sexagesimals.

Ús

matemàtiques babilònies

Article principal: Nombres cuneiformes babilònics

El sistema sexagesimal tal com s'utilitzava a l'antiga Mesopotàmia no era un sistema pur de base 60, en el sentit que no utilitzava 60 símbols diferents per als seus dígitos . En canvi, els dígitos cuneiformes utilitzaven deu com a subbase a la manera d'una notació de valor de signe : un dígit sexagesimal estava compost per un grup de marques estretes i en forma de falca que representaven unitats fins a nou (, , , ...,) i un grup de marques amples en forma de falca que representen fins a cinc desenes (, , , ,). El valor del dígit era la suma dels valors dels seus components:

Els nombres més grans que 59 s'indicaven amb diversos blocs de símbols d'aquesta forma en la notació de valor de lloc . Com que no hi havia un símbol per a zero , no sempre és obvi immediatament com s'ha d'interpretar un nombre, i el seu veritable valor de vegades ha d'haver estat determinat pel seu context. Per exemple, els símbols per a 1 i 60 són idèntics. Els textos babilònics posteriors van utilitzar un marcador de posició () per representar zero, però només a les posicions medials, i no a la part dreta del nombre, com fem en nombres com 13 200 .

Altres usos històrics

Al calendari xinès , s'utilitza habitualment un cicle sexagenari , en el qual els dies o els anys s'anomenen per posicions en una seqüència de deu tiges i en una altra seqüència de 12 branques. La mateixa tija i branca es repeteixen cada 60 passos durant aquest cicle.

El llibre VIII de la República de Plató implica una al·legoria del matrimoni centrada en el número $60^4 = 12\,960\,000$ i els seus divisors. Aquest nombre té la representació sexagesimal especialment simple 1,0,0,0,0. Els estudiosos posteriors han invocat tant la matemàtica babilònica com la teoria musical per intentar explicar aquest passatge.

L' Almagest de Ptolemeu , un tractat d' astronomia matemàtica escrit al segle II dC, utilitza la base 60 per expressar les parts fraccionàries dels nombres. En particular, la seva taula d'acords , que va ser essencialment l'única taula trigonomètrica extensa durant més d'un mil·lenni, té parts fraccionàries d'un grau en base 60, i era essencialment equivalent a una taula moderna de valors de la funció sinusoidal .

Els astrònoms medievals també van utilitzar nombres sexagesimals per anotar el temps. Al-Biruni va subdividir per primera vegada l'hora sexagesimalment en minuts , segons , terços i quarts l'any 1000 mentre parlava dels mesos jueus. Cap al 1235 Joan de Sacrobosco va continuar aquesta tradició, encara que Nothhaft va pensar que Sacrobosco va ser el primer a fer-ho. La versió parisina de les taules alfonsines (ca. 1320) utilitzava el dia com a unitat bàsica de temps, registrant múltiples i fraccions de dia en notació de base 60.

El sistema de numeració sexagesimal va continuar sent utilitzat freqüentment pels astrònoms europeus per realitzar càlculs fins al 1671. Per exemple, Jost Bürgi a *Fundamentum Astronomiae* (presentat a l'emperador Rodolf II el 1592), el seu col·lega Ursus a *Fundamentum Astronomicum* , i possiblement també Henry Briggs , va utilitzar taules de

multiplicar basades en el sistema sexagesimal a finals del segle XVI, per calcular els sinus.

A finals del segle XVIII i principis del XIX, es va trobar que els astrònoms tàmits feien càlculs astronòmics, comptant amb petxines utilitzant una barreja de notacions decimals i sexagesimals desenvolupades pels astrònoms hel·lenístics .

Els sistemes de numeració de base 60 també s'han utilitzat en algunes altres cultures que no estan relacionades amb els sumeris, per exemple pel poble Ekari de Nova Guinea occidental .

Ús modern

Més informació: Grau (angle) § Subdivisions , Minut i segon d'arc , Hora , Minut i Segon

Els usos moderns del sistema sexagesimal inclouen la mesura d' angles , coordenades geogràfiques , navegació electrònica i temps .

Una hora de temps es divideix en 60 minuts i un minut es divideix en 60 segons. Així, una mesura de temps com 3:23:17 (3 hores, 23 minuts i 17 segons) es pot interpretar com un nombre sexagesimal sencer (sense punt sexagesimal), és a dir, $3 \times 60^2 + 23 \times 60^1 + 17 \times 60^0$ segons . Tanmateix, cadascun dels tres dígit sexagesimals d'aquest nombre (3, 23 i 17) s'escriu amb el sistema decimal .

De la mateixa manera, la unitat pràctica de mesura angular és el grau , del qual n'hi ha 360 (sis seixanta) en un cercle. Hi ha 60 minuts d'arc en un grau i 60 segons d' arc en un minut.

YAML

A la versió 1.1 del format d'emmagatzematge de dades YAML , els sexagesimals són compatibles amb escalars senzills i s'especifiquen formalment tant per a nombres enters com per a nombres de coma flotant. Això ha portat a confusió, ja que, per exemple, algunes adreces MAC serien reconegudes com sexagesimals i carregades com a nombres enters, on d'altres no ho eren i carregades com a cadenes. A YAML 1.2 es va deixar de suportar els sexagesimals.

Notacions

Vegeu també: Notació posicional § Sistema sexagesimal

En els textos astronòmics grecs hel·lenístics , com els escrits de Ptolemeu , els nombres sexagesimals s'escriuen utilitzant números alfabètics grecs , i cada dígit sexagesimal es tractava com un nombre diferent. Els astrònoms hel·lenístics van adoptar un nou símbol per a zero,—°, que es va transformar al llarg dels segles en altres formes, inclosa la lletra grega omicron, ?, que normalment significa 70, però admissible en un sistema sexagesimal on el valor màxim en qualsevol posició és 59. Els grecs van limitar el seu ús de nombres sexagesimals a la part fraccionària d'un nombre.

En els textos llatins medievals, els nombres sexagesimals s'escriuen amb nombres àrabs ; els diferents nivells de fraccions es denotaven minuta (és a dir, fracció), minuta secunda , minuta tertia , etc. Al segle XVII es va fer habitual denotar la part entera dels nombres sexagesimals amb un zero superíndex, i les diverses parts fraccionàries amb un o més accents. John Wallis , a la seva *Mathesis universalis* , va generalitzar aquesta notació per incloure múltiples més alts de 60; posant com a exemple el nombre $49^{0000}36^{000}25^{00}15^{01}1^{15}2^{36}49^{00}$; on els nombres de l'esquerra es multipliquen per potències superiors de 60, els nombres de la dreta es divideixen per potències de 60 i el nombre marcat amb el zero superíndex es multiplica per 1. Aquesta notació condueix als signes moderns per a graus, minuts i segons. La mateixa nomenclatura de minuts i segons també s'utilitza per a les unitats de temps, i la notació moderna per al temps amb hores, minuts i segons escrits en decimal i separats entre si per dos punts es pot interpretar com una forma de notació sexagesimal.

En alguns sistemes d'ús, cada posició passada el punt sexagesimal estava numerada, utilitzant arrels llatines o franceses: prime o primus , seconde o secundus , tierce , quatre , quinte , etc. Fins avui anomenem la part de segon ordre d'una hora o d'un grau un "segon". Almenys fins al segle XVIII, 1/60d'un segon s'anomenava "tierce" o "tercer".

A la dècada de 1930, Otto Neugebauer va introduir un sistema de notació modern per als nombres babilònics i hel·lenístics que substitueix la notació decimal moderna del 0 al 59 en cada posició, mentre utilitzava un punt i coma (;) per separar les parts integrals i fraccionàries del nombre i utilitzant una coma (,) per separar les posicions dins de cada part. Per exemple, el mes sinòdic mitjà utilitzat tant pels astrònoms babilònics com pels hel·lenístics i encara utilitzat en el calendari hebreu és 29;31,50,8,20 dies. Aquesta notació s'utilitza en aquest article.

Fraccions i nombres irracionals

Fraccions

En el sistema sexagesimal, qualsevol fracció en què el denominador és un nombre regular (que només té 2, 3 i 5 en la seva factorització primera) es pot expressar exactament. Aquí es mostren totes les fraccions d'aquest tipus en què el denominador és menor o igual que 60:

$1/2 = 0;30$ $1/3 = 0;20$ $1/4 = 0;15$ $1/5 = 0;12$ $1/6 = 0;10$ $1/8 = 0;7,30$ $1/9 = 0;6,40$ $1/10 = 0;6$ $1/12 = 0;5$ $1/15 = 0;4$ $1/16 = 0;3,45$ $1/18 = 0;3,20$ $1/20 = 0;3$ $1/24 = 0;2,30$ $1/25 = 0;2,24$ $1/27 = 0;2,13,20$ $1/30 = 0;2$ $1/32 = 0;1,52,30$ $1/36 = 0;1,40$ $1/40 = 0;1,30$ $1/45 = 0;1,20$ $1/48 = 0;1,15$ $1/50 = 0;1,12$ $1/54 = 0;1,6,40$ $1/60 = 0;1$
Tanmateix, els nombres que no són regulars formen fraccions repetitives més complicades. Per exemple:

$1/7 = 0;8,34,17$ (la barra indica la seqüència de dígitos sexagesimals 8,34,17 es repeteix infinitat de vegades) $1/11 = 0;5,27,16,21,49$ $1/13 = 0;4,36,55,23$ $1/14 = 0;4,17,8,34$ $1/17 = 0;3,31,45,52,56,28,14,71$ $1/19 = 0;3,9,28,25,15,47,22,6,18,56,50,31,34,44,12,37,53,41$ $1/59 = 0;11$ $1/61 = 0;0,59$

El fet que els dos nombres adjacents a seixanta, 59 i 61, siguin nombres primers implica que les fraccions que es repeteixen amb un període d'un o dos dígitos sexagesimals només poden tenir com a denominadors múltiples regulars de 59 o 61, i que altres nombres no regulars tenen fraccions que es repeteixen amb un període més llarg.

Nombres irracionals

Tauleta babilònica YBC 7289 que mostra el nombre sexagesimal $1;24,51,10$ aproximant $\sqrt{2}$

Les representacions de nombres irracionals en qualsevol sistema de numeració posicional (inclosos decimals i sexagesimals) no acaben ni es repeteixen.

L'arrel quadrada de 2, la longitud de la diagonal d'un quadrat unitari, va ser aproximada pels babilonis de l'Antic Període Babilònic (1900 aC – 1650 aC) com

$$1;24,51,10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \frac{30547}{21600} \approx 1.41421296\dots$$

Perquè $\sqrt{2} \approx 1.41421356\dots$ és un nombre irracional, no es pot expressar exactament en sexagesimal (o de fet en qualsevol sistema de base sencera), però la seva expansió sexagesimal comença 1;24,51,10,7,46,6,4,44... (OEIS: A070197)

El valor de $\sqrt{2}$ tal com va utilitzar el matemàtic i científic grec Ptolemeu era $3;8,30 = 3 + 8/60 + 30/60^2 = 377/120 \approx 3.14166\dots$. Jamshīd al-Kāshī, un matemàtic persa del segle XV, va calcular $\sqrt{2}$ com a expressió sexagesimal al seu valor correcte quan s'arrodoniva a nou subdígitos (per tant, $1/60^9$); el seu valor per a $\sqrt{2}$ era 6;16,59,28,1,34,51,46,14,50. Com $\sqrt{2}$ anterior, $\sqrt{2}$ és un nombre irracional i no es pot expressar exactament en sexagesimal. La seva expansió sexagesimal comença 6;16,59,28,1,34,51,46,14,49,55,12,35... (OEIS: A091649)

Referències

Es pronuncia / s k s ? d ? s m ? l i / s k ? s æ d ? n ? r i / ; vegeu (cal subscripció o membres d'una institució participant)

?. Traduït del francès per David Bellos, EF Harding, Sophie Wood i Ian Monk.

?

? a b c d e

?.

? a b

?.

?

