
Llei de Chapman-Kolmogorov

Autor:

Data de publicació: 07-06-2014

La llei de Chapman-Kolmogorov es basa en l'equació del mateix nom, a la qual van arribar de forma independent el matemàtic britànic Sydney Chapman i el matemàtic rus Andrei Kolmogórov. Enunciada de forma planera diu que "la probabilitat que dos fets que es deuen a l'atzar (i que compleixen unes determinades condicions) s'esdevinguin simultàniament (...) és molt petita".

El concepte era conegut d'antuvi i s'emprava en la investigació forense. Però avui és conegut de tothom que si en un incendi forestal, per exemple, hi ha un sol focus pot ser accidental, però si n'hi ha dos, la probabilitat que sigui provocat és altíssima.

La llei de Chapman-Kolmogorov es basa en l'equació del mateix nom, a la qual van arribar de forma independent el matemàtic britànic Sydney Chapman i el matemàtic rus Andrei Kolmogórov. Enunciada de forma planera diu que "la probabilitat que dos fets que es deuen a l'atzar (i que compleixen unes determinades condicions) s'esdevinguin simultàniament (...) és molt petita".

El concepte era conegut d'antuvi i s'emprava en la investigació forense. Però avui és conegut de tothom que si en un incendi forestal, per exemple, hi ha un sol focus pot ser accidental, però si n'hi ha dos, la probabilitat que sigui provocat és altíssima.

Dins l'entorn d'entrada de dades de les màquines de BULL [1] (amb targetes perforades de tipus Hollerith), es feia una segona entrada de dades llegint alhora les targetes perforades en la primera entrada, i la màquina avisava si hi havia alguna diferència; en cas contrari, es donava com a correcta. D'aquesta manera, la probabilitat d'error passava a ser ínfima.

En tots dos exemples s'està aplicant la llei de Chapman-Kolmogórov, encara que no s'expliciti.

Equació de Chapman-Kolmogórov

En matemàtiques, concretament en la teoria de probabilitats i, en particular, en la teoria de processos estocàstics markovians, l'equació de Chapman-Kolmogórov és una identitat sobre les distribucions de probabilitat conjunta dels diferents conjunts de coordenades d'un procés estocàstic.

Suposant que $\{X_i\}$ sigui una col·lecció indexada de variables aleatòries -és a dir, un procés estocàstic- i fent que sigui la funció conjunta de densitat de probabilitat dels valors de les variables aleatòries X_1 a X_n , llavors l'equació de Chapman-Kolmogórov és

És a dir, una distribució marginal directa sobre la variable destorb.

Cal esmentar que no s'ha assumit res sobre l'ordre de les variables aleatòries, l'equació anterior s'aplica igualment a la distribució marginal de qualsevol d'aquestes variables.

Aplicació a cadenes de Markov

Quan el procés estocàstic objecte d'estudi és markovià, l'equació de Chapman-Kolmogórov és equivalent a una identitat en les densitats de transició. En establir la cadena de Markov, se suposa que $i_1 < \dots < i_n$.

Així, per raó de la propietat de Markov, , on la probabilitat condicional és la probabilitat de transició entre els moments .

Així, l'equació de Chapman-Kolmogórov pren la forma

Quan la distribució de probabilitat sobre l'espai d'estats d'una cadena de Markov és discreta i la cadena de Markov és homogènia, les equacions de Chapman-Kolmogórov es poden expressar en termes de producte de matrius (possiblement de dimensió infinita), així:

on $P(t)$ és la matriu de transició, és a dir, si X_t és l'estat del procés en el moment t , llavors per a dos punts qualssevol i i j en l'espai dels estats, es té

Referències

The Legacy of Andrei Nikolaevich Kolmogorov Curriculum Vitae and Biography. Kolmogórov School. Ph.D. students and descendants of A.N. Kolmogorov. A.N. Kolmogorov works, books, papers, articles. Photographs and Portraits of A.N. Kolmogorov.

BULL, <http://www.feb-patrimoine.com/histoire/febhist.htm> Les màquines BULL